ZEITSCHRIFT
FÜR
PHYSIK UND MATHEMATIK.

I.

Ein Beitrag zur Berechnung achromatischer Fernröhre,

von

I. I. Littrow.

Um die Hindernisse, welche sich der Construction eines in allen Beziehungen vollkommenen Fernrohres entgegensetzen, leichter zu besiegen, hat man schon in den letzten Decennien des verflossenen Jahrhunderts diese Hindernisse zu theilen gesucht, und vor allem sich bemüht, das zusammengesetzte *Objectiv* des Fernrohres so vollkommen als möglich zu machen, oder die Bedingungen anzugeben, unter welchen das von dem Objectiv entworfene Bild eines Gegenstandes von aller Undeutlichkeit wegen den Farben der einzelnen Strahlen sowohl, als auch wegen der sphärischen Gestalt des Glases, frei angenommen werden kann. In der That ist dieses der schwerste Theil des ganzen Problemes, und zu einem in jener Bedeutung vollkommenen Objectiv ein angemessenes Ocular zu finden, wird nach dem gegenwärtigen Zustande dieser Kunst selbst einen mittelmäſsigen Optiker nicht leicht mehr in Verlegenheit setzen. Ich werde mich daher auch in dem Folgenden bloſs auf die Construction des Objectivs beschränken, und die Resultate meiner Untersuchungen dieses interessanten Gegenstandes mittheilen, zu welchen ich, wie

ich gern gestehe, durch die ersten schönen Versuche unseres geschickten Optikers *Plöſsl* geführt worden bin, und von denen ich wünsche, daſs sie auch ihm, dessen bisherige Leistungen zu groſsen Hoffnungen berechtigen, Gelegenheit geben mögen, sich mit gleichem Erfolge auch an Fernröhre von gröſseren Dimensionen zu versuchen.

Alle Versuche, welche man bisher angestellt hat, durch Rechnungen ein Objectiv zu bestimmen, dessen Bild sowohl frei von Farben als von der Abweichung wegen der Gestalt ist, lassen sich auf zwei wesentlich verschiedene Arten zurückführen, und diese Eintheilung bezieht sich vorzüglich auf die Methode, die Abweichung wegen der Gestalt zu vernichten oder doch so klein als möglich zu machen, da *diese* es ist, welche die meisten Schwierigkeiten darbietet, während im Gegentheile die Aufhebung der Farben, wenigstens für die der Achse nahen Strahlen, sehr leicht erhalten werden kann. Jene erste aber, die Abweichung wegen der Kugelgestalt der Linsen, wurde von den ersten und gröſsten optischen Schriftstellern, *Boscovich, Clairaut, d'Alembert, Euler* u. a. dadurch wegzubringen gesucht, daſs sie den *Zerstreuungsraum* der nahen und fernen Strahlen, oder daſs sie den analytischen Ausdruck desjenigen Theiles der Achse suchten, in welchem die Vereinigungspuncte der Central- sowohl als der Randstrahlen liegen, und daſs sie dann durch irgend eine Annahme der in diesem Ausdrucke enthaltenen Gröſsen diesen Zerstreuungsraum entweder vollkommen gleich Null, oder doch so klein als möglich zu machen sich bemühten. Dieses Verfahren blieb, wie man es, da solche Männer mit ihrem Beispiele vorausgegangen waren, nicht anders erwarten konnte, lange Zeit das einzige, weil man es zugleich für das möglich beste hielt, obschon es doch offenbar

nur für kleinere Fernröhre mit Sicherheit angewendet werden konnte, für andere aber, von gröſseren Öffnungen, nicht mehr die gewünschte Genauigkeit gewährte, weil jener oben erwähnte analytische Ausdruck überall von der cubischen Gleichung $\sin. a = a - \frac{1}{6} a^3$ ausging, und ausgehen muſste, wenn man nicht, durch die Aufnahme auch nur des ersten nächstfolgenden Gliedes $\frac{1}{120} a^5$, in äuſserst complicirte Ausdrücke verfallen wollte, deren Auflösung nach dem heutigen Zustande der Analysis auch die Geduld des beharrlichsten Rechners ermüdet, und vor der Zeit erschöpft haben würde. Da aber, bei etwas beträchtlichen Öffnungen der Objective, für solche Randstrahlen, welche unter einem Winkel von 10 bis 15 Graden mit ihrem Halbmesser der ersten brechenden Fläche einfallen, jene abgekürzte Gleichung schon bedeutend unrichtig ist, so konnten die nach dieser Methode construirten gröſseren Objective, welche Autoritäten sie auch für sich haben mochten, nie vollkommen seyn, so sehr sich auch die Künstler bemühten, die Vorschriften der Theoretiker auf das genaueste zu befolgen. Ohne Zweifel liegt hierin der vorzüglichste Grund, warum endlich auch die besseren Optiker wieder zu ihren mechanischen Tatonnemens zurückgingen, an welchen leider noch selbst in unseren Tagen der gröſste Theil derselben sclavisch hängt, und man darf selbst hinzusetzen, daſs auch der lange Stillstand der Wissenschaft selbst, die über ein Jahrhundert auf dem einmal von ausgezeichneten Männern eingeschlagenen Wege stehen blieb, aus derselben Quelle abgeleitet werden muſs.

Diesem Stillstande der Theorie, denn die Ausübung feiert ihn gröſstentheils noch, machte *Klügel* mit einer

kleinen, aber vortrefflichen Abhandlung ein Ende, welche er volle ein und zwanzig Jahre nach der Herausgabe seiner analytischen Dioptrik (Leipzig, 1778) in die Commentarien von Göttingen einrückte, nachdem er in diesem seinem gröſseren Werke auch jener ersten Methode unbedingt gehuldiget hatte, und er eröffnete dadurch eine neue Bahn, die eine viel reichere Ernte verspricht, wenn anders die Wissenschaft auf ihr fortgehen, und die ausübenden Künstler sich der neuen, besseren Einsicht bequemen, und ihr unsicheres Tappen im Finstern verlassen wollen.

Der vorzüglichste Unterschied der neuen Methode vor der alten besteht darin, daſs man hier den Weg des Strahles durch alle seine brechenden Flächen *genau trigonometrisch* berechnet, während man dort überall nur mit genäherten, mit bloſsen approximirten Ausdrücken spielte, die sich ihrer Natur nach von der Wahrheit desto mehr entfernten, je gröſser und vollkommener das Fernrohr seyn sollte, und daſs man sonach hier ein sicheres Mittel hat, die Genauigkeit je nach dem Bedürfniſs der Umstände so weit zu treiben, als man nur will, während dort dem Fortschreiten zur Wahrheit eine Grenze gesetzt war, die desto enger wurde, je mehr es darum zu thun war, sie zu erweitern.

Doch war dieser erste Versuch *Klügel's*, ohne seinem übrigen Verdienste im Geringsten nahe zu treten, als ein *erster Versuch* immer noch unvollkommen, und lieſs daher noch manches zu wünschen übrig. So war erstens sein Bemühen vorzüglich auf die Vernichtung der Abweichung wegen der Gestalt der Gläser gerichtet, während er, zwar nicht für die der Achse nahen, aber doch für die Randstrahlen noch eine kleine schädliche Farbenzerstreuung unberücksichtiget lieſs. So hob er zweitens diese Abweichung wegen der Gestalt für die

Strahlen nur nach ihrer *dritten* Brechung so viel möglich auf, da sie doch, wenn anders das Bild ganz rein seyn soll, nach der *vierten* Brechung aufgehoben werden mufs. Ja selbst diese Aufhebung nach der dritten Brechung gibt er nicht vollkommen, weil ihm die Rechnung zu verwickelt scheint, indem, wie er sagt, *hoc negotium ob imperfectionem formularum non nisi tentando perfici potest.* Auch braucht er viertens zu demselben Zwecke eine kubische Gleichung, die selbst nur genähert ist, und daher auch keine genauen Resultate geben kann. Die Farbenzerstreuung für die der Achse näheren Strahlen hätte sich ferner viel kürzer und wenigstens eben so genau auf eine andere Weise heben lassen, als auf die von ihm gewählte; und endlich ist das, was seiner ganzen Rechnung zu Grunde liegt, nämlich die Bestimmung seiner zwei ersten Halbmesser, gröfstentheils willkürlich, und der Zweck, den er dadurch zu erreichen sucht, nämlich kleinere Brechungswinkel, für die nothwendigen Eigenschaften eines wahrhaft guten Fernrohres im Allgemeinen nichts Wesentliches, vielmehr versperrte er sich, wenn ich so sagen darf, durch diese willkürliche Annahme den Weg zur Erreichung mehrerer anderer Zwecke, die viel wesentlicher sind, als der, welchen er erreichen wollte, wie z. B. die Aufhebung der Farben für die äufsersten Randstrahlen, die gröfsere Öffnung, die vermehrte Lichtstärke des Objectivs etc., auf welches alles er keine Rücksicht genommen hat.

Wenn man, wie er, und beinahe alle Schriftsteller über die Optik, sich vornimmt, das Objectiv so einzurichten, dafs die mittleren, z. B. die gelben am Mittelpuncte und an dem Rande einfallenden Strahlen sich nach der vierten Brechung in demselben Puncte der Achse vereinigen, in welchem auch die der Achse na-

hen rothen und violetten Strahlen nach der vierten Brechung sich schneiden, so sind eigentlich nur diese *zwei* Bedingungen zu erfüllen, die ohne Zweifel von allen die wichtigsten sind. Da aber im Allgemeinen bei einem Doppelobjective *vier* Halbmesser zu bestimmen sind, so bleiben die beiden anderen gleichsam der Willkür des Rechners überlassen, und das Problem, ein in dieser Beziehung vollkommenes Objectiv zu construiren, ist daher eigentlich eine unbestimmte Aufgabe, die sich leicht mit aller nur wünschenswerthen Genauigkeit auflösen läſst, wie wir in der Folge sehen werden. Aus dieser Ursache haben auch die bisherigen Schriftsteller über die Optik für das Verhältniſs jener beiden unbestimmten Halbmesser sehr verschiedene Hypothesen in Vorschlag gebracht, um diese oder jene, ihnen vorzüglich erscheinende Absicht zu erreichen, oder auch wohl, um die hier meistens etwas umständlichen Rechnungen abzukürzen, und besonders für den practischen Gebrauch bequemer zu machen. So nahm *Klügel*, in der bereits erwähnten Abhandlung, um die Brechungen des Strahles in der ersten Linse von Kronglas so klein als möglich zu machen, das Verhältniſs der beiden Halbmesser dieser Linse sehr nahe wie 1 zu 3 an, *quia formula nostra, quae angulos refractionis mediocres supponit, hanc pro angulis majoribus non amplius satis accurate exprimere potest*, was also offenbar nicht in der Natur der Sache, sondern nur in der Art der Darstellung lag, und nicht dem Fernrohre selbst eine Verbesserung, sondern der Rechnung eine Erleichterung verschaffen sollte. Prof. *Bohnenberger* hielt es im Gegentheile für vortheilhafter, die Brechungswinkel der ersten Linse absichtlich etwas gröſser zu machen, weil, wie er sagt, dann die Abweichungen, welche von der zweiten Linse verursacht werden, sich leichter wegbringen lassen, und

er wählte deſshalb das Verhältniſs jener Halbmesser gleich dem von 2 zu 3. *Euler* zog es in seiner Dioptrik (Petersburg, 1771. III. Vol.) vor, die Kugelabweichung, welche die erste Linse erzeugt, völlig aufzuheben, zu welcher Absicht er jenes Verhältniſs wie 1 zu 7 annahm. *Klügel* in seiner anal. Dioptrik sucht die möglich gröſsten Öffnungen zu erhalten, und nimmt deſshalb die beiden Halbmesser gleich groſs an. *Herschel* in seiner neuesten Abhandlung: *On the aberrations of compound lenses and object-glasses* (London, 1821), nimmt die zwei Bedingungsgleichungen zu Hülfe, welche in dem analytischen Ausdrucke des Zerstreuungsraumes entstehen, wenn man die Glieder, welche $\frac{1}{a}$ und $\frac{1}{a^2}$ zum Factor haben, jedes für sich gleich Null setzt, wo a die Entfernung des Gegenstandes von dem Objectiv bezeichnet. *Gauſs* endlich schlägt, ohne Zweifel sehr vortheilhaft, vor, die Bestimmung jener beiden Halbmesser dazu zu benützen, daſs die Farbenzerstreuung auch für die Randstrahlen gleich Null werde, u. s. w.

Um zu sehen, welcher von diesen verschiedenen Vorschlägen der ausführbarste sey, fing ich meine Untersuchungen damit an, ein Mittel auszufinden, durch welches man jedes bereits, entweder durch die Theorie berechnete, oder aber auch schon practisch ausgeführte Fernrohr prüfen kann, ob es den an dasselbe zu machenden Bedingungen entspreche oder nicht. Dieses erste Problem muſs seiner Natur nach viel leichter seyn, als das andere, die Halbmesser der Linsen jenen Bedingungen gemäſs *a priori* zu bestimmen, und es ist zugleich wahrscheinlich, daſs die Auflösung der ersten Aufgabe eine bessere Übersicht der zweiten, und vielleicht auch mehrere Mittel zur eigentlichen Auflösung dieser zweiten Aufgabe darbieten wird.

Erstes Problem.

Prüfung eines jeden gegebenen Fernrohres.

Nennen wir, nach der bisher gewöhnlichen Bezeichnungsart, n und n' die Brechungsverhältnisse, und dn, dn' die Zerstreuungen der Farben der beiden gebrauchten Glasarten, wo der Kürze wegen $\varpi = \frac{dn}{dn'}$ gesetzt werden soll. Die beiden Halbmesser der ersten, gegen das Object gekehrten Linse sollen r und ρ seyn, und die der zweiten Linse r' und ρ', so daſs, von dem Objecte an gerechnet, r der Halbmesser der ersten, und ρ' der vierten oder letzten brechenden Fläche ist. Ich setze alle diese brechenden Flächen convex voraus, so daſs für concave Flächen der Halbmesser derselben negativ wird.

Ferner soll der mit der Achse der Doppellinse parallel einfallende Strahl (denn nur solche betrachtet man bei Fernröhren, wo der Gegenstand gegen die Länge des Rohrs als sehr weit entfernt angenommen wird) mit dem Lothe der ersten brechenden Fläche den Einfallswinkel a machen, und die Fortsetzungen dieses Strahles nach den verschiedenen Brechungen, welche er durch die Linsen leidet, sollen nach der 1., 2., 3., 4ten Brechung die Achse in den Puncten schneiden, deren Entfernungen von der 1., 2., 3. und 4ten brechenden Fläche respective A, B, A' und B' sind, und endlich sollen die Winkel des gebrochenen Strahles, welche er in diesen vier Puncten mit der Achse bildet, resp. (A), (B), (A') und (B') heiſsen.

Noch wollen wir d die Dicke der ersten, d' die Dicke der zweiten Linse, und endlich Δ die Entfernung der zweiten brechenden Fläche von der dritten nennen,

um auch auf diese, übrigens meistens sehr kleine Grössen, gehörig Rücksicht zu nehmen.

Dieſs vorausgesetzt, wird es kaum nöthig seyn, die Zeichnung des gebrochenen Strahles mit allen seinen verschiedenen Richtungen zu geben, welche Richtungen mit den verschiedenen Halbmessern der Linsen und mit der Achse die ebenen Dreiecke geben, auf deren Auflösung sich die nun folgenden Formeln beziehen, in welchen α, β, α' . . Hülfsgröſsen oder eigentlich die Winkel zwischen den Richtungen des Strahles und den Halbmessern der Linsen sind, die sich jeder ohne Mühe durch eine Entwerfung der Figur selbst erklären wird.

Für die erste Brechung des Strahles findet man die Gröſsen A und (A) durch folgende bekannte Ausdrücke der ebenen Trigonometrie:

$$\left.\begin{aligned} \sin.\alpha &= \frac{1}{n}\sin.a \\ (A) &= a - \alpha \\ A &= \frac{r\sin.\alpha}{\sin.(A)} + r \end{aligned}\right\} \ldots \text{I.}$$

Ganz eben so findet man für die zweite Brechung die Gröſsen B und (B) durch die Formeln

$$\left.\begin{aligned} \sin.b &= \frac{A + \rho - d}{\rho}\sin.(A) \\ \sin.\beta &= n\sin.b \\ (B) &= (A) + \beta - b \\ B &= \rho\frac{\sin.\beta}{\sin.(B)} - \rho \end{aligned}\right\} \ldots \text{II.}$$

Für die dritte Brechung ist ferner

$$\left.\begin{aligned} \sin.a' &= (r' - B + \Delta)\frac{\sin.(B)}{r'} \\ \sin.\alpha' &= \frac{1}{n'}\sin.a' \\ (A') &= (B) + \alpha' - a' \\ A' &= r' - r'\frac{\sin.\alpha'}{\sin.(A')} \end{aligned}\right\} \ldots \text{III.},$$

und endlich für die vierte

$$\left.\begin{aligned} \sin. b' &= (\rho' - A' + d') \frac{\sin. (A')}{\rho'} \\ \sin. \beta' &= n' \sin. b' \\ (B') &= (A') + b' - \beta' \\ B' &= -\rho' - \rho' \frac{\sin. \beta'}{\sin. (B')} \end{aligned}\right\} \ldots \text{IV.}$$

Diese Ausdrücke sind völlig strenge für jeden noch so grofsen ersten Einfallswinkel a des Strahles.

Um aber auch dieselben Gröfsen A, B, A' und B' unter der Voraussetzung zu finden, dafs der Strahl nur in einer sehr geringen Entfernung von der Achse auf die erste brechende Fläche einfällt, ein Fall, der uns in dem Folgenden sehr nützlich seyn wird, wollen wir in den so eben gegebenen Ausdrücken den Winkel a sehr klein annehmen, so dafs $\sin. a = a$ und $\sin. \alpha = \alpha$ ist. Diefs vorausgesetzt, geben die Gleichungen I. sofort die folgende:

$$A = \frac{n r}{n - 1}.$$

Die Gleichungen II. aber geben

$$b = [A - d + \rho] \frac{(A)}{\rho},$$

$$\beta = n b \quad \text{und}$$

$$B = \frac{\rho \beta}{(A) + \beta - b} - \rho, \quad \text{also auch}$$

$$B = \frac{b \rho - \frac{a(n-1)}{n} \rho}{\frac{a(n-1)}{n} + (n-1) b};$$

oder, wenn man den obigen Werth von b substituirt:

$$B = \frac{(A - d) \rho}{n \rho + (n-1)(A - d)} \quad \text{oder} \quad \frac{\rho}{B} = \frac{n \rho}{A - d} + n - 1.$$

Fährt man so mit der Entwicklung der Gleichungen III. und IV. fort, und stellt man die so erhaltenen Glei-

chungen zusammen, so hat man endlich

$$\left.\begin{aligned}
\frac{r}{A} &= \frac{n-1}{n} \\
\frac{\rho}{B} &= \frac{n\rho}{A-d} + n - 1 \\
\frac{r'}{A'} &= \frac{r'}{n'(B-\Delta)} + \frac{n'-1}{n'} \\
\frac{\rho'}{B'} &= \frac{n'\rho'}{A'-d'} + n' - 1
\end{aligned}\right\} \ldots \text{V.}$$

Da von den vier Gröſsen A, B, A' und B' vorzüglich die letzte, als die Vereinigungsweite der Strahlen nach der vierten Brechung, von der vierten brechenden Fläche an gerechnet, sehr wichtig ist, so wird es bequem seyn, den Ausdruck von B' bloſs als Function von n, n', d, d' und Δ' zu haben, einen Ausdruck, den man erhalten wird, wenn man aus den vier Gleichungen V. die drei Gröſsen A, B und A' eliminirt. Um diesen Ausdruck einfacher zu machen, wollen wir die zweiten und höheren Potenzen von den sehr kleinen Gröſsen d und d' als selbst bei den gröſsten Fernröhren ganz unbeträchtlich weglassen, und überdieſs die Gröſse Δ ganz gleich Null setzen, da man in der That die zwei mittleren brechenden Flächen bei allen Doppelobjectiven nur durch zwei sehr dünne Stanniolblättchen zu trennen pflegt, und da man sie selbst zur nöthigen Berührung bringen könnte, wenn nicht die durch diese Berührung entstehenden Farbenringe vermieden werden müſsten. Dieses vorausgesetzt, geben also die Gleichungen (V.)

$$\frac{1}{B'} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\rho}\right) + (n'-1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{\rho'}\right)$$

$$+ \frac{(n-1)^2 d}{n r^2}$$

$$+ \left[(n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\rho}\right) + \frac{(n'-1)}{r'}\right]^2 \cdot \frac{d'}{n'} \ldots \text{VI.}$$

Diese Ausdrücke setzen uns in den Stand, jedes gegebene Doppelobjectiv nach allen seinen Beziehungen der schärfsten Prüfung zu unterwerfen. Kennt man nämlich die Gröſsen n, n', dn und dn', so wie die Dicken d und d' der beiden Linsen, so wird man zuerst nach der Gleichung VI den Werth von B' oder von der vierten Vereinigungsweite suchen. Setzt man in dieser Gleichung für n und n' ihre mittleren Werthe, so erhält man B' für die gelben Strahlen. Setzt man dann in derselben Gleichung für n und n' die Gröſsen $n + dn$ und $n' + dn'$, so erhält man B' für die violetten Strahlen, und setzt man endlich statt n und n' die Grössen $n - dn$ und $n' - dn'$, so erhält man B' für die rothen Strahlen, und wenn alle diese drei Werthe von B' unter einander gleich sind, so ist man versichert, daſs in dem gegebenen Doppelobjective die Farbenzerstreuung für die der Achse nahe einfallenden Strahlen vollkommen gehoben ist.

Um nun auch zu untersuchen, ob die Abweichung wegen der Gestalt gehoben ist, berechnet man mit den mittleren Werthen von n und n' den Werth von B' durch die Gleichungen I bis IV, und wenn dieser Werth von B' mit dem ersten von VI. erhaltenen übereinstimmt, so ist man versichert, daſs die Abweichung wegen der Gestalt vollkommen weggebracht ist, oder mit andern Worten, daſs alle mittleren Strahlen, sowohl diejenigen, welche nahe am Mittelpuncte, als auch diejenigen, welche an dem äuſsersten Rande des Objectivs, unter einem Winkel von a Graden auffallen, sich nach der vierten Brechung genau in einem und demselben Puncte der Achse vereinigen, was zum Deutlichsehen eine unerläſsliche Bedingung jedes guten Fernrohres ist.

Um ferner zu untersuchen, ob auch die Randstrahlen ein farbenloses Bild machen, wiederholt man die

Brechung der Gleichungen I bis IV, indem man in denselben statt den Größsen n und n', die für die violetten Strahlen $n + dn$ und $n' + dn'$, und zweitens die für die rothen $n + dn$ und $n' - dn'$ setzt, und wenn die so erhaltenen zwei Werthe von B' mit den vorigen übereinstimmen, so ist auch die Farbenzerstreuung für die Randstrahlen gehoben, und das Objectiv entspricht allen Bedingungen, welche zum Deutlichsehen nothwendig erfüllt werden müssen, wenn man von den anderen mehr mechanischen Eigenschaften, der völligen Durchsichtigkeit, der Streifen- und Wellenlosigkeit u. dgl. abstrahirt, die sich ohnehin verstehen, und die kein weiterer Gegenstand der Berechnung mehr sind.

Es wird vielleicht nicht überflüssig seyn, das Vorhergehende durch ein Beispiel deutlich zu machen.

Ich habe vor einiger Zeit folgende Construction eines Doppelobjectivs nach *D'Alembert's* Formeln gefunden. Mit $n = 1.53$, $n' = 1.60$, $dn = 0.01$ und $dn' = 0.04$ wurden mit $d = 0.01$ die Halbmesser der Linsen auf folgende Art bestimmt:

Halbm. der Kronglaslinse $r = 0.692810$, $\rho = 2.255319$

» » Flintglaslinse $r' = -1.543030$, $\rho' = 5.758005$.

Damit geben die Gleichungen V, oder was dasselbe ist, die Gleichung VI für die gelben Strahlen

$$n = 1.53,\ n' = 1.60,\ B' = 1.390782,$$

für die rothen

$n = 1.52$, $n' = 1.56$, $B' = 1.390817$, Differenz $- 0.000035$,

für die violetten

$n = 1.54$, $n' = 1.64$, $B' = 1.390819$, Differenz $- 0.000037$

Im Mittel $B = 1.390806$,

also ist bei diesem zusammengesetzten Objective die

Farbenzerstreuung für die der Achse nahen mittleren und heterogenen Strahlen sehr gut gehoben.

Um nun auch die Vereinigungsweite der mittleren *Randstrahlen* B' nach der vierten Brechung zu finden, sey der erste Einfallswinkel $a = 12$ Grade, und man erhält nach den Gleichungen I bis IV

$\alpha = 7^\circ\ 48'\ 36''3$, $b = 7^\circ\ 52'\ 12''2$, $\beta = 12^\circ\ 5'\ 34''6$
$a' = 13\ 48\ 28.87$, $\alpha' = 8\ 34\ 43.44$, $b' = -4\ 37\ 194$
$\beta' = -7\ 24\ 28.5$, $(B') = 5\ 58\ \ 9.8$, $B' = 1.383010$

und da die Differenz dieser B' von dem Vorhergehenden 1.390806 gleich 0.007796 beträgt, also bedeutend zu grofs ist, so ist bei diesem Objectiv die Abweichung wegen der Gestalt nur schlecht gehoben. In der That beträgt der Zerstreuungsraum für die mittleren Central- und Randstrahlen den 178sten Theil der Brennweite, also für ein Fernrohr von 5 Fufs schon 4 Linien, was offenbar für ein auf Vollkommenheit Anspruch machendes Objectiv schon zu viel ist.

Untersuchen wir noch eines der von *Herschel* in der oben erwähnten Abhandlung gegebenen Objective. Für $n = 1.524$, $n' = 1.585$, $dn = 0.02$, $dn' = 0.04$ und $d = d' = \Delta = 0$ findet *Herschel*

$$r = 0.67485,\ r' = -0.41575,$$
$$\rho = 0.42827,\ \rho' = +1.43697.$$

Zur Prüfung der Farbenlosigkeit hat man nach der Gleichung VI

$$\frac{1}{B'} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\rho}\right) + (n'-1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{\rho'}\right)$$

also für die gelben Strahlen

$$n = 1.524,\ n' = 1.585 \ldots B' = 0.999989,$$

für die rothen

$$n = 1.504,\ n' = 1.545 \ldots B' = 1.008010,$$
$$\text{Differenz} - 1.008021,$$

für die violetten

$n = 1.544$, $n' = 1.625$, .. $B' = 0.992093$, Diff. $+ 0.007896$

Mittel 1.000030,

oder die Farbenzerstreuung ist in diesem Objective nicht gut gehoben.

Um auch die Abweichung wegen der Gestalt zu untersuchen, wollen wir den ersten Einfallswinkel a = 10° annehmen, womit die Gleichungen I bis IV geben

$\alpha = 6^\circ\, 32'\, 33''4$, $b = 19^\circ\, 33'\, 54''8$, $\beta = 30^\circ\, 41'\, 15''4$
$a' = 31\; 12\; 28.3$, $\alpha' = 19\; 4\; 51.7$, $b' = -7\; 10\; 50.2$
$\beta' = -11\; 25\; 37.6$, $(B) = 6^\circ\, 41'\, 58''0$, $B' = 1.003383$

Die Differenz der vierten Vereinigungsweite für Central- und Randstrahlen ist daher 0.003353 oder 2.4 Linien auf 5 Fuſs Brennweite, also doch noch gröſser, als man für ein vollkommenes Objectiv wünschen sollte, so daſs das gegenwärtige weder in Beziehung auf die Abweichung wegen der Gestalt, noch in Beziehung auf die Farbenlosigkeit, als ein vorzügliches betrachtet werden kann.

Ich habe noch viele andere auf dieselbe Weise untersucht, und bei den meisten nicht mehr genügende Resultate gefunden, obschon sie von ihren Erfindern als sehr vollkommene Objective gepriesen wurden. Dieſs gilt besonders von beinahe allen denjenigen, welche von *Euler* in seiner Dioptrik und später aus diesem Werke von *Fuſs* in einem eigenen Werke (Anweisung alle Arten Fernröhre zu verfertigen. Leipzig 1778) gegeben wurden, so daſs bei weitem die meisten der früher selbst von den ersten Schriftstellern über Optik als vorzüglich gelobten achromatischen Doppelobjective, eigentlich in die Classe der sehr mittelmäſsigen zurückgewiesen werden müssen.

Zweites Problem.

Construction eines Doppelobjectives.

Meine Absicht ist, die vier Halbmesser eines Doppelobjectives zu suchen, welches die Eigenschaft hat, dafs

erstens, die Abweichung wegen der Gestalt für die mittleren Central- und Randstrahlen vollkommen gehoben wird, d. h., dafs die bei dem Mittelpuncte und an dem Rande einfallenden Strahlen von mittlerer Brechbarkeit sich nach der vierten Brechung genau in demselben Puncte der Achse schneiden, und dafs

zweitens, auch die der Achse nahen äufsersten, nämlich die rothen und violetten Strahlen, sich in demselben Puncte des Achse, wie zuvor die mittleren, begegnen.

Da dieses Problem, nach dem oben Gesagten, unter den zwei erwähnten Bedingungen, eine unbestimmte Aufgabe ist, indem noch das Verhältnifs der ersten beiden Halbmesser einer willkürlichen Annahme überlassen bleibt, so wollen wir

drittens, dieses Verhältnifs der beiden ersten Halbmesser r und ρ so bestimmen, dafs das auf diese Weise construirte Fernrohr zugleich die möglich gröfste Öffnung, also auch die möglich gröfste *Lichtstärke* habe, eine Bedingung, die überhaupt für jedes Fernrohr, aber besonders für die gröfseren, an welchen man starke Vergröfserungen anbringen will, mit zu den wesentlichen und nothwendigsten Eigenschaften gezählt werden mufs, wenn anders das Fernrohr auf die ehrenvolle Benennung eines Vorzüglichen Anspruch machen will.

Um die *dritte* dieser Bedingungen zu erfüllen, mufs man bekanntlich die Halbmesser der ersten Stufe von Kronglas einander gleich machen, wodurch man nach den ebenfalls bekannten optischen Formeln sogleich erhält

$$r = \rho = 2\,(n - 1),$$

vorausgesetzt, dafs die Brennweite dieser ersten Linse als die Einheit aller Dimensionen angenommen wird.

Differenziirt man ferner die Gleichung VI in Beziehung auf n, n' und B', und setzt dann $d.B' = 0$, so erhält man, wenn man, wie zuvor, die sehr kleine Dicke der zweiten, meistens biconcaven Linse wegläfst,

$$\frac{1}{r'} + \frac{1}{\rho'} = -\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\rho}\right)\varpi - (1 - n^2)\,\frac{\omega\, d}{n^2\ r^2}$$

Substituirt man in der letzten Gleichung statt r und ρ die Gröfse $2\,(n - 1)$, und setzt man der Kürze wegen

$$M = \frac{1}{n - 1}\left[1 + \frac{(n + 1)\,d}{4n^2}\right]$$

so geht die letzte Gleichung in folgende über,

$$\frac{1}{r'} + \frac{1}{\rho'} = -M\varpi$$

und die Gleichung VI selbst wird seyn

$$\frac{1}{B'} = 1 - (n' - 1).\ M\varpi + \frac{d}{4n}$$

Man sieht ohne meine Erinnerung, dafs die Gleichung

$$\frac{1}{r} + \frac{1}{\rho} = -M\varpi$$

die Bedingung der Farbenlosigkeit für die der Achse nahen Strahlen enthält, und dafs sie sonach der *zweiten* Forderung unserer Aufgabe entspricht.

Der ersten Bedingung dieses Problemes aber kann offenbar nur auf einem indirecten Wege Genüge geschehen, da eine directe Berechnung entweder wegen ihrer

Verwicklung und Weitläufigkeit ganz unbrauchbare, oder, wenn man sich Abkürzungen erlaubt, nur genäherte Ausdrücke gibt, während man im Gegentheile auf dem indirecten Wege sich, wie man bald sehen wird, ohne viele Mühe der Wahrheit so weit nähern kann, als man nur immer wünscht. Diese indirecte Behandlung fodert aber, um schneller zum Ziele zu führen, eine vorläufige genäherte Kenntniſs des Werthes des dritten Halbmessers r'. Zu dieser Kenntniſs kann man aber auf verschiedenen, den Optikern bekannten Wegen gelangen. Nimmt man z. B., um nur einen derselben anzuführen, die Gröſsen μ, λ, μ', γ', ρ', σ', τ' in der Bedeutung, welche ihnen *Euler* in dem ersten Bande seiner Dioptrik gibt, so findet man sofort diesen ersten genäherten Werth von r' durch die Gleichungen

$$\lambda' = \frac{\mu\lambda}{\mu'\omega^3} + \frac{\nu'(1-\omega)}{\omega^2}$$

$$\frac{1}{r'} = -\rho' + \sigma'(1-\varpi) - \tau'.\varpi.\sqrt{\lambda'-1}$$

Allein für unseren Fall wird man selbst die Berechnung dieser zwei einfachen Gleichungen meistens entbehren können, wenn man dafür den ersten genäherten Werth von r' gleich den beiden ersten Halbmessern, oder gleich $2(n-1)$ setzt, da in der That die Verschiedenheit dieser Halbmesser für alle Werthe von n und n' meistens so unbeträchtlich ist, daſs man sie für den Anfang der indirecten Rechnung ohne Nachtheil ganz vernachläſsigen kann.

Noch muſs bemerkt werden, daſs die sieben ersten der Gleichungen I bis IV von diesem dritten Halbmesser r' ganz unabhängig sind, und daſs man sie daher für constante Werthe von d und Δ, als bloſse Functionen von der Gröſse n betrachten kann, daher man die Grössen B und (B) vortheilhafter in eine kleine Tafel brin-

gen wird, welche Tafel die ganze Berechnung des Objectivs sehr abkürzt.

Das Vorhergehende wird hinreichen, die nun folgende Auflösung unseres Problems zu erklären.

Auflösung I. Wenn die gegebenen Gröſsen n, n', dn, dn' und $\varpi = \frac{dn}{dn'}$ die oben angegebene Bedeutung haben, so suche man zuerst die Gröſse r oder ρ aus der einfachen Gleichung

$$r = \rho = 2\,(n - 1).$$

Dann findet man für den gegebenen Werth von n die Gröſsen B und (B) aus folgender Tafel

n	B	(B)
1.50	0.94613	10° 18′ 23″8
1.51	0.94497	10 31 7.9
1.52	0.94380	10 43 53.0
1.53	0.94261	10 56 39.1
1.54	0.94141	11 9 26.5
1.55	0.94019	11 22 14.9
1.56	0.93895	11 35 4.6

wobei der erste Einfallswinkel $a = 10$ Grade, und die Dicke der ersten Linse $d = 0.01$, die Gröſse d' und Δ aber gleich Null vorausgesetzt wurde. Noch suche man die Gröſsen M und B' aus den Gleichungen

$$M = \frac{1}{n-1}\left[1 + \frac{(n+1)\,d}{4n^2}\right]$$

$$\frac{1}{B'} = 1 - (n'-1)\,M\varpi + \frac{d}{4n}.$$

Alles Vorhergehende ist, wie man sieht, eine einfache, directe und von jedem hypothetischen Werthe von r' unabhängige Rechnung.

II. Nun sucht man mit irgend einem genäherten Werthe von r', für welchen man, nach dem Vorherge-

henden, den Werth von r oder ρ nehmen kann, die Grössen ρ', a', α' . . . (B') und B' aus den Gleichungen

$$\frac{1}{\rho'} = -\frac{1}{r'} - M\varpi, \quad \sin. a' = (r' - B)\frac{\sin.(B)}{r'},$$

$$\sin. \alpha' = \frac{1}{n'} \sin. a', \quad (A') = (B) + \alpha' - a',$$

$$\sin. b' = \left[\frac{r' \sin. \alpha'}{\sin.(A')} - (r' + \rho')\right] . \frac{\sin.(A')}{\rho'}, \; \sin. \beta' = n' \sin. b'$$

$$(B') = (A') + b' - \beta' \text{ und } B' = -\rho' - \rho' \frac{\sin. \beta'}{\sin.(B')}.$$

Ist dieser letzte Werth von B' gleich dem in (I.), so ist r' und ρ' richtig angenommen, und das Objectiv, unseren oben gemachten Forderungen an dasselbe gemäſs, vollkommen bestimmt. Sind aber diese beiden Werthe von B' noch von einander verschieden, so wird man mit einem etwas veränderten Werthe von r' die Rechnung in (II.) wiederholen, und so durch die Anwendung des bekannten indirecten Verfahrens leicht den wahren Werth von r', und dadurch auch von ρ' finden. Heiſst nämlich R der erste Werth von r', und gibt dieser die Differenz der beiden B' gleich w, und ist $R' w'$ dasselbe für eine zweite Annahme von r', so hat man für den verbesserten Werth von r' den Ausdruck

$$r' = R - \frac{w(R - R')}{w - w'},$$

welches Verfahren man so oft wiederholen wird, bis man zu einer Bestimmung von r' gelangt, welche den Unterschied der beiden B' in (I.) und (II.) so klein macht, als man zu seiner Absicht für zweckmäſsig hält. Noch kann bemerkt werden, daſs, wenn das B' in II. gröſser ist, als jenes in I., der neue Werth von r' auch gröſser genommen werden muſs.

Wir wollen nun, um das Vorhergehende durch ein Beispiel zu erläutern, annehmen, daſs die gegebenen

Brechungs- und Zerstreuungsverhältnisse zweier Glasarten folgende seyen:

$$n = 1.53,\quad dn = 0.006,$$
$$n' = 1.58,\quad dn' = 0.009.$$

Die Dicke der ersten Linse soll $d = 0.01$, und der erste Einfallswinkel der Randstrahlen $= 10$ Grade seyn.

Sucht man mit diesen gegebenen Gröſsen die vier Halbmesser der Linsen, welche den drei Bedingungen unserer Aufgabe genügen, so findet man nach (I.),

$$r = \rho = 1.06,$$
$$(B) = 10^\circ\ 56'\ 39''1,\quad B = 0.94261,$$
$$M\varpi = 1.2612603,\quad B' = 3.702292.$$

Die nun in (II.) folgende indirecte Rechnung gibt schon nach zwei Versuchen, wenn in dem ersten $r' = -1.06$ angenommen wird, das verbesserte

$$r' = -1.04394,\ \text{und daraus}\ \rho' = -3.296512.$$

Wir haben daher für die Construction des Fernrohres aus diesen beiden Glasarten, wenn die Brennweite der ersten Linse für die Einheit angenommen wird, die folgenden Halbmesser der beiden Linsen:

$$r = \rho = 1.06,$$
$$r' = -1.04394\ \text{und}$$
$$\rho' = -3.296512,$$

so daſs die erste Linse biconvex, und die zweite biconcav ist. Die Brennweite des Doppelobjectivs ist

$$B' = 3.702292,$$

so daſs man, wenn man, wie gewöhnlich, die Brennweite des Doppelobjectivs für die Einheit aller Abmessungen des Fernrohres annehmen will, die eben angeführten Halbmesser durch die Zahl 3.702292 dividiren muſs.

Wir wollen nun sehen, ob das so bestimmte Fern-

rohr auch den drei aufgestellten Hauptbedingungen in der That genug thut, und dazu die Prüfungsformeln unserer ersten Aufgabe anwenden.

Zu diesem Zwecke geben die Gleichungen I. bis IV. mit den gefundenen Werthen von r' und ρ'

$$(B) = 10^0\ 56'\ 39''1\,,\quad B = 0.94261\,,$$
$$a' = 21^0\ 10'\ 43''2\,,\quad \alpha' = 13^0\ 13'\ 4''8\,,$$
$$(A') = 2\ \ 59\ \ 0.7\,,\quad b' = 0\ \ 13\ \ 20.15\,,$$
$$\beta' = 0\ \ 21\ \ 4.28\,,\quad (B') = 2\ \ 51\ \ 16.57$$
$$\text{und}\quad B' = 3.702231.$$

Es ist also die Vereinigungsweite der unter dem Winkel von 10° einfallenden Randstrahlen von mittlerer Brechung gleich 3.702231,
für die der Achse nahen Strahlen wurde oben gefunden 3.702292,
Differenz . 0.000061,

woraus folgt, dafs für ein Fernrohr von 5 Fufs Brennweite die Differenz der Vereinigungsweiten der mittleren centralen und der Randstrahlen nur 0.0001 Linien betrage, und dafs daher bei dieser Einrichtung die erste oben aufgestellte Bedingung erfüllt, oder dafs die Abweichung wegen der Gestalt sehr gut gehoben ist.

Zur Prüfung der Farbenzerstreuung des Fernrohres für die der Achse nahen Strahlen hat man nach der Gleichung (VI.)

$$\frac{1}{B'} = (n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{\rho}\right) + (n'-1)\left(\frac{1}{r'}+\frac{1}{\rho'}\right) + \frac{(n-1)^2 . d}{n r^2}.$$

Setzt man in diesem Ausdrucke nach der Substitution der oben gefundenen vier Halbmesser für die
mittleren Strahlen $n=1.53$, $n'=1.58$, so ist $B'=3.70229$,
violetten » $n=1.536$, $n'=1.589$, » » $B'=3.70229$,
rothen » $n=1.524$, $n'=1.571$, » » $B'=3.70228$,
also ist auch die Farbenzerstreuung sehr gut gehoben,

und dadurch die zweite der oben aufgestellten Bedingungen erfüllt.

Für die dritte Bedingung endlich hat man, wenn x die Öffnung oder den Durchmesser des Objectivs bezeichnet:

$$x = 2 \cdot B' \cdot \text{tang.}(B');$$

oder, wenn man für (B') den oben gefundenen Werth $2^\circ\ 51'\ 16''57$ substituirt:

$$x = 0.09973\ B',$$

so daſs die Öffnung des Doppelobjectivs beinahe $^1/_{10}$ der Brennweite desselben, und daher viel gröſser ist, als man bisher bei den Fernröhren anzubringen pflegte. Für eine Brennweite von 5 Fuſs z. B. ist die Öffnung schon 5.984 Zoll, da sie bei solchen Focallängen bisher höchstens 4 Zoll war. Da aber durch diese Vergröſserung der Öffnung die Lichtstärke des Fernrohres sehr viel gewinnt, so ist klar, daſs durch diese Einrichtung des Doppelobjectivs auch die dritte und letzte Bedingung genügend erfüllt ist.

Für ein zweites Beispiel nahm ich die zwei Glasarten so an, daſs man hat

$$n = 1.53, \quad dn = 0.004,$$
$$n' = 1.60, \quad dn' = 0.008.$$

Mit diesen gegebenen Gröſsen und $d = 0.01$ und $a = 10$ Graden, findet man durch die letzten Gleichungen die vier Halbmesser der Doppellinse

$$r = \rho = 1.06, \; r' = -1.04266 \text{ und } \rho' = +76.100952,$$

so daſs die erste Linse biconvex, und die andere concavconvex ist.

Mit diesen Halbmessern findet man nach unserem ersten Probleme die Vereinigungsweite nach der vierten Brechung

für die Centralstrahlen v. mittlerer Brechung $B' = 2.30379$,
für die äufsersten Randstrahlen 2.30375,

Differenz . 0.00004,

also ist die Abweichung wegen der Gestalt gut gehoben.

Nach der Gleichung VI. findet man für die der Achse nahen Strahlen, und zwar für die mittleren $B' = 2.30379$,
violetten 2.30379,
rothen 2.30378,

also ist auch die Farbenzerstreuung gehoben.

Der Durchmesser des Objectivs ist endlich gleich

$$2\,(2.30375)\ \text{tang.}\ 4^{\circ}\ 34'\ 58''5,$$

also ungemein grofs, so dafs er für eine Brennweite des Doppelobjectivs von 5 Fufs schon über 9 Zoll beträgt.

Diese und mehrere andere Beispiele, welche ich der Kürze wegen hier übergehe, scheinen mir zu zeigen, dafs diese von mir vorgeschlagene Art der Berechnung einer Doppellinse es verdienen mag, von den Künstlern beachtet, und mit der gehörigen Sorgfalt ausgeführt zu werden.

II.

Etwas über das Lithon,

von

Dr. *Královanszky.*

Ich habe mich seit einem Jahre viel mit Lithon beschäftiget, gröfstentheils unter den Augen meines hochverehrten Lehrers, Freiherrn v. *Jacquin*, und im Verlaufe dieser Arbeiten manche Entdeckungen gemacht, welche für den Chemisten nicht ganz uninteressant seyn dürften, und welche ich daher als Beiträge zur Kennt-

nifs der chemischen Natur dieses Körpers bekannt machen zu müssen glaubte, — um so mehr, da dieses Alkali noch bei weitem nicht in allen seinen Verhältnissen und Eigenschaften bekannt ist, obwohl uns *Arfwedson*, *Vauquelin*, und vorzüglich Prof. *C. G. Gmelin* wirklich classische Arbeiten hierüber lieferten.

Ich stellte das Lithon aus dem pfirsichblüthrothen Lepidolithe vom Berge Hradisko bei Rožena in Mähren dar, welchen ich vorläufig analysirte, und in 100 Theilen aus

49,08	Kiesel,
34,01	Thon,
0,41	Kalk,
4,19	Kali,
3,58	Lithon,
1,08	Manganoxyd,
3,50	Flufssäure, und aus einer Spur Phosphorsäure
95,85	

zusammengesetzt fand. Die abgehenden 4,15 sind Glühungsverlust. — Eisenoxyd konnte ich durchaus nicht ausscheiden, nicht einmal durch die empfindlichsten Reagentien auch nur eine Spur davon entdecken, obwohl Prof. *C. G. Gmelin* darin eine, freilich höchst unbeträchtliche, Menge von diesem Metalloxyde fand, wie diefs aus seiner, in *Schweigger's* Journal XXX. 172 mitgetheilten Analyse des Lepidolithes von eben daher hervorgeht. Ich mufs daher vermuthen, dafs einzelne Partien des Hradiskoer Lepidolithes ganz eisenfrei gefunden werden, wie diefs mit dem von mir untersuchten Stücke der Fall war, das auch wirklich nicht nur eine weit lichtere Farbe hatte, als alle Lepidolithstücke, welche mir zu Gesichte kamen, sondern an einzelnen Stellen auch fast ganz weifs erschien. — Übrigens stimmt

meine Analyse mit der von Prof. *C. G. Gmelin* gelieferten sehr nahe überein.

Ich erhielt 3,12 Procente Lithon bei der Bearbeitung mehrerer Pfunde dieses Lepidolithes, aus welchem ich dieses Alkali auf folgende, kurz angedeutete Art ausschied. Das geschlämmte Lepidolithpulver wurde mit Schwefelsäure gekocht, die ausgelaugten schwefelsauren Salze mit kohlensaurem Ammoniak versetzt; aus der, auf diese Art von der Alaunerde befreiten, schwefelsaures Lithon, Kali, Ammoniak und Manganoxyd haltenden Flüssigkeit durch hinzugetropftes schwefelwasserstoffsaures Ammoniak das Manganoxyd entfernt, und die zur Trockne gebrachten schwefelsauren Salze durch Glühen mit Kohlenpulver und Terpentinöhl anoxydirt. Das so gebildete Lithium und Kalium-Sulfurid wurde sodann durch Auflösen in Essigsäure in essigsaures Lithon und Kali umgestaltet, und diese durch heftiges Glühen in kohlensaure Salze verwandelt, welche in siedendem Wasser aufgelöst wurden, worauf das schwerlösliche kohlensaure Lithon nach Abdampfung der Lauge im reinen Zustande herauskrystallisirte, indeſs das leicht lösliche Kalisalz in derselben zurückblieb. Das auf diese Weise erhaltene kohlensaure Lithon wurde sodann durch Kochen mit reinem Kalkhydrate in Lithonhydrat, mit einem Atome Wasser, umgestaltet.

Zur Berechnung der stöchiometrischen Zahl des Lithiummetalles unternahm ich zwei Analysen des schwefelsauren Lithons, deren eine, welche ich für die richtigere zu halten geneigt bin, die Zahl 12,71 für das Lithiummetall gab (die des Sauerstoffes = 10,00 angenommen). Sie stimmt mit der von *Arfwedson* aus dem salzsauren Lithon berechneten (= 12,78) sehr nahe überein.

Von reinem Lithonhydrate lösen, meinen Versuchen zu Folge, 100 Theile Wasser auf

bei + 14° R. 1,6,
» + 40° R. 1,7,
» + 80° R. 1,9.

Die Auflöslichkeit dieses Alkali nimmt daher mit Erhöhung der Temperatur nur geringe zu.

Das schwefelsaure Lithon fand ich zusammengesetzt in 100 Theilen aus:

31,09 Lithon, und
68,91 Schwefelsäure,
―――――
100,00

und aus dieser Analyse wurde die oben angezeigte stöchiometrische Zahl des Lithiummetalles berechnet.

Lithon-Alaun habe ich in schönen Krystallen erzeugt, indem ich eine Auflösung der schwefelsauren Alaunerde mit schwefelsaurem Lithon versetzte, und die gelinde abgedampfte Flüssigkeit dem Krystallisiren überliefs. — Es steht diese Angabe im Widerspruche mit den Erfahrungen *C. G. Gmelin's*, der durchaus keine krystallisirte Verbindung dieser beiden Salze, sondern nur eine weifse, undurchsichtige Salzmasse erhielt, obwohl *Arfwedson* vor ihm krystallisirten Lithon-Alaun dargestellt und beschrieben hatte. Mir gelang es aus der, schwefelsaure Alaunerde und schwefelsaures Lithon haltenden Lauge, durch freiwilliges, sehr langsames Verdampfen derselben (denn es geschah im November, an einem Orte, an welchem die Temperatur nie über + 9° R. stieg) dieses Doppelsalz krystallisirt darzustellen, in Form kleiner Octaëder und Rhomboidal-Dodecaëder, welche mitunter einen Durchmesser von 3 — 3 ½‴ hatten, und in ihrer Bildung ungemein viel Regelmäfsigkeit zeigten. — Von dem Kali-Alaun, welchem sie übrigens sehr ähnlich sind, unterscheiden sie sich im Wesentlichen durch folgende Merkmale: Sie bilden nicht nur Octaëder, son-

dern, wie schon gesagt, auch Dodecaëder, haben einen ausgezeichneten Diamantglanz, welchen sie an der atmosphärischen Luft nicht einbüſsen, denn ich lieſs sie mehrere Wochen der Einwirkung der Atmosphäre ausgesetzt liegen, und bemerkte dabei nicht den geringsten Verlust oder Änderung ihres Glanzes noch ihrer Durchsichtigkeit. Ihr Geschmack scheint mir weniger zusammenziehend zu seyn, als der des Kali-Alauns, so wie auch ihre Auflöslichkeit im Wasser etwas geringer ist, denn ich fand sie in 24 Theilen kalten, und in 0,87, also ungefähr in $^7/_8$ Theilen heiſsen Wassers auflöslich. — Die Resultate meiner Untersuchung über die Zusammensetzung des Lithon-Alauns bestehen in Folgendem:

100 Theile wasserfreies Salz bestehen aus

27,47 schwefelsaurem Lithon, und
72,53 schwefelsaurer Alaunerde;
100,00

oder aus 8,21 Lithon,
21,98 Alaunerde,
69,81 Schwefelsäure,
100,00

welches Verhältniſs der Formel $\dot{L}\dddot{S} + 3\dot{Al}\dddot{S}$ ziemlich nahe kommt.

100 Theile krystallisirtes Salz bestehen aus

13,56 schwefelsaurem Lithon,
35,83 schwefelsaurer Alaunerde,
50,61 Wasser,
100,00

welche Verbindung die Formel $\dot{L}\dddot{S} + 3\dot{Al}\dddot{S} + 24 Aq$ erhalten kann, und hierin gänzlich mit der des Kali-Alauns übereinstimmt.

Kohlensaures Lithon erhielt ich ebenfalls in ziemlich groſsen, sehr regelmäſsigen kubischen Krystallen,

mit ausgezeichnetem Perlmutterglanze. Sie bildeten sich durch freiwilliges Verdünsten der Lauge, und manche unter ihnen hatten 3 — 4″ im Quadrate. Meine Analyse dieses Salzes gab folgendes Verhältniſs seiner Bestandtheile:

45,8 Lithon,
54,2 Kohlensäure,

100,0.

* * *

Dieſs ist ein Theil meiner bisher über das Lithon und seine Verbindungen gemachten Erfahrungen, welche von *Arfwedson's*, *Vauquelin's* und *C. G. Gmelin's* Angaben abweichen, und an welche ich Alles anreihen werde, was sich mir im Verlaufe meiner noch nicht beendigten Bearbeitung dieses Stoffes als neu, oder als abweichend von dem, durch den Fleiſs der genannten Chemisten bereits bekannten, darbieten wird.

III.

Über die Schwingungen der Magnetnadeln im Sonnenlichte und im Schatten,

von

A. Baumgartner.

---

1. Unter allen Agentien, mit denen es der Physiker zu thun hat, ist der sogenannte Magnetismus in das undurchdringlichste Dunkel gehüllt. Er bringt nicht, wie das Licht, die Wärme und die Electricität, verschiedene Wirkungen an Körpern hervor, läſst sich nicht durch einen eigenen Sinn wahrnehmen, und beurkundet sein Daseyn durch das einzige Phänomen der Anzie-

hung und Abstofsung; und selbst dieses zeigt er nur in einem merklichen Grade und ohne besondere Hülfsmittel in Beziehung auf wenige Körper. Diesem, und dem Umstande, dafs er nach sehr einfachen Gesetzen wirkt, mag es zuzuschreiben seyn, dafs man zur Erklärung seiner Natur ungleich wenigere Hypothesen aufgestellt hat, als über die in vielen Stücken ihm analoge, aber dabei sich vielfach äufsernde Electricität. Mit *Oersted's* glänzender Entdeckung schien zwar auch dem Magnetismus ein neues Licht aufgehen zu wollen, allein bis jetzt ist man dadurch in der eigentlichen Kenntnifs der Natur des Magnetes um keinen Schritt weiter gekommen, wenn man nicht etwa *Ampères* Hypothese als erwiesen ansehen will, welches wohl etwas zu voreilig seyn dürfte.

2. *Arago's* Entdeckung über den Einflufs rotirender Körper auf eine Magnetnadel, und den eines ruhenden, unter einer oscillirenden Magnetnadel befindlichen Körpers auf die Verminderung ihres Schwingungsbogens, haben uns um einen guten Schritt weiter gebracht, indem man wenigstens so viel daraus abnehmen konnte, dafs nicht blofs Eisen, Nickel, Kobalt etc. des Magnetismus fähig sind, sondern man diese Fähigkeit keinem Körper ganz absprechen kann, wiewohl sie in den meisten so gering ist, dafs man sie nur durch künstliche Mittel, nämlich durch die von *Arago* selbst angegebenen, erkennen kann.

3. Unter diesen Umständen mufste es für Freunde des Fortschreitens in schwierigen Puncten des Wissens erfreulich seyn, zu sehen, dafs *Christie* im directen Lichte dieselbe Wirkung auf eine oscillirende Magnetnadel gefunden haben will, welche *Arago* in so vielen Körpern darthat. Die Leser dieser Zeitschrift kennen aus dem I. Hefte dieses Bandes *Christie's* Versuche, und wissen auch, dafs ich bei Wiederholung derselben das Haupt-

factum bestätiget gefunden habe. Seit der Zeit, als ich die erste Wiederholung derselben vornahm, habe ich sie auf das mannigfaltigste abgeändert, und sehr viele Umstände berücksichtiget, die *Christie* überging; und wenn auch der Schluſs, den ich daraus ziehen zu müssen glaube, den Freunden rascher Fortschritte und eines innigen Zusammenhanges zwischen den sogenannten Imponderabilien, unerwartet und vielleicht gar unangenehm seyn wird, so glaube ich doch deſshalb weder die Versuche, welche ihm zum Grunde liegen, noch ihn selbst unterdrücken zu müssen. Ich werde deſshalb zuerst von den Versuchen sprechen, dann die wahrscheinliche Ursache der dabei Statt findenden Phänomene zu erörtern suchen.

I. Schwingungsversuche.

4. Eine neue Erscheinung kann man nicht leicht zu oft hervorbringen, um sich von der Wirklichkeit ihres Stattfindens möglichst zu überzeugen, besonders wenn sie von der Art ist, daſs leicht Irrungen vorgehen können. Ich wiederholte daher den Grundversuch, fern von allen Einflüssen, die störend auf die Magnetnadel wirken könnten, auf einem ganz freien Platze unter freiem Himmel. Die Magnetnadel war 3 Zoll lang, wog 97.5 Gran, und hing an einer sehr feinen Leinfaser in einem gläsernen eingetheilten Cylinder mit einer Fassung aus Buxbaumholz, die auf einem Postamente von gelb gebeitztem Ahornholze ruhte, welches mittelst drei hölzernen Stellschrauben so gestellt wurde, daſs der Faden genau in der Achse des Glascylinders hing, und durch den Mittelpunct der in das Glas mittelst Diamant eingeschnittenen sehr guten Theilung ging. Die Entfernung der Magnetnadel vom Boden betrug 1 Z. Vor den Versuchen hing die Magnetnadel ganz ruhig, ihr Nordpol

zeigte auf den Nullpunct der Theilung, und wenn ich seitswärts durch den Glascylinder in horizontaler Richtung durchsah, und der 0te und 180^0, so wie der 90ste und 270ste Theilstrich der Scale nicht in einerlei Ebene mit dem Faden lag, an dem die Nadel hing, so wurde die Lage der Basis so lange mittelst der Stellschrauben verändert, bis dieses Statt fand, und darauf gesehen, daſs die Nadel wieder mit ihrem Nordpole auf 0 einspielte. Ein Magnet, den ich von auſsen an der Westseite der Nadel näherte, brachte sie aus der Lage ihres Gleichgewichtes; hatte der Schwingungsbogen die beabsichtigte Gröſse, so wurde obiger Magnet weit weggeworfen, und wenn die innere Magnetnadel genau an einem bestimmten Theilstriche umlenkte, der Versuch begonnen. Oft traf es sich, daſs sie bei keiner Schwingung genau an der Stelle dieses Theilstriches umkehrte, dann wurde der vorhin weggeworfene Magnet wieder herbeigeholt, und der Ausschlagwinkel durch ihn wieder vergröſsert, bis endlich die Absicht erreicht war. Ein gutes Chronometer, das $^1/_3$ Secunde schlägt, wurde durch einen Druck an einem feinen Stifte in dem Augenblicke in Bewegung gesetzt, wo der Versuch begann, und wenn 20 Schwingungen vorüber waren, augenblicklich gehemmt, und zugleich die Gröſse des Ausschlagwinkels bei der letzten Schwingung beobachtet, so daſs zugleich die Zeit von 20 Oscillationen und die Gröſse der zwei äuſsersten Schwingungsbögen bekannt war. Da der Cylinder nur in Grade getheilt war, so konnte ich höchstens Viertelgrade messen. Eine gröſsere Präcision kann man selbst bei vieler Übung an einer nur etwas schnell oscillirenden Nadel nicht wohl erreichen. Jeder Versuch wurde sowohl im Schatten als im directen Sonnenlichte zwei Mal hinter einander gemacht. Den Schatten erzeugte ich mir mittelst eines Schirmes aus Pappen-

deckel. Die folgende Tafel gibt die Resultate der Versuche. Die erste Spalte enthält die westliche Hälfte des Ausschlagwinkels beim Beginne der Beobachtung, und nachdem 20 Oscillationen gemacht waren; die zweite gibt die Zeit dieser Schwingungen an; die dritte sagt, ob der Versuch im directen Sonnenlichte oder im Schatten gemacht wurde.

Der Ausschlagwinkel nahm ab von	Zeit von 20 Schwingungen.	
20° auf 14½° 20° — 14½°	1 M. 21.5 S. 1 M. 22 S.	Im Sonnenlichte.
40° auf 24° 40° — 24°	1 M. 23 S. 1 M. 23 S.	detto.
60° auf 40° 60° — 40°	1 M. 25 S. 1 M. 25 S.	detto.
20° auf 15° 20° — 15°	1 M. 21.5 S. 1 M. 22 S.	Im Schatten.
40° auf 32° 40° — 32°	1 M. 23½ S. 1 M. 23½ S.	detto.
60° auf 44° 60° — 44°	1 M. 25½ S. 1 M. 25 S.	detto.

5 Diese Versuche wurden unmittelbar hinter einander gemacht, die Sonne schien dabei hell; es war 8 Uhr Morgens. Sie zeigen deutlich die Verminderung des Schwingungsbogens durch den Einfluſs des Sonnenlichtes, und zugleich die Wirkung, welche diese Verminderung auf die Zeit der Schwingungen hervorbringt.

Ich wollte dieselben Versuche an demselben Tage Nachmittags um 3 Uhr wiederholen, fand aber zu mei-

nem Erstaunen ungemein groſse Variationen in der Schwingungszeit. So wurde bei zwei zunächst auf einander folgenden Versuchen im Sonnenlichte der Schwingungsbogen von 40° auf 30° herabgebracht, und die Zeit von 20 Schwingungen war wieder wie oben 1 M. 23 S.; im Schatten war bei zwei Versuchen der Schwingungsbogen von 40° auf 31½° vermindert, beim dritten unmittelbar darauf folgenden hingegen von 40° auf 30°, allein in der Schwingungszeit fand ich ungemeine Variationen.

Der erste Versuch gab für 20 Oscillationen 1 Min. 36 Sec., der zweite 1 M. 53 S., der dritte 1 M. 43 S. Ich weiſs bestimmt, daſs weder der Gang der Uhr, noch eine Fahrläſsigkeit im Beobachten oder Zählen daran Schuld ist; ich hatte ähnliche Unterschiede schon früher bei Versuchen im Museum an gröſseren und kleineren Nadeln bemerkt, glaubte aber, es sey die Erschütterung daran Schuld, welche durch die häufig vorbeifahrenden Wägen veranlaſst wurde; ich wählte darum sehr massive Nadeln, fand aber dieselben Differenzen, so daſs nun nichts übrig blieb, als die ferneren Versuche weit auſser der Stadt im Freien zu machen. Da nun auch hier keine Übereinstimmung in der Schwingungszeit zu erzielen war, so glaubte ich mit Grund die Ursache in der Beschaffenheit der gebrauchten Magnetnadeln suchen zu müssen. Diese waren absichtlich aus ganz weichem Stahl verfertigt, um die Einwirkung des Lichtes auf den Magnetismus derselben besser sichtbar zu machen, welcher Stahl bekanntlich die magnetische Kraft nicht festhält. Bei allen späteren Versuchen wählte ich aber sehr harte Magnetnadeln, und fand da auch nie wieder eine solche Variation in der Schwingungszeit.

6. Es war zu erwarten, daſs das Sonnenlicht auf Magnetnadeln von verschiedener Stärke, aber übrigens

ganz gleicher Beschaffenheit, auch verschieden einwirken werde. Um dieses zu prüfen, wurden mit der vorher gebrauchten Nadel neuerdings Versuche gemacht, hierauf ihr Magnetismus verstärkt, und wieder gebraucht. Da erhielt ich folgende Resultate:

Der Ausschlagwinkel nahm ab von	Dauer von 20 Oscillationen.	
40° auf 28°	1 M. 24 S.	Im Sonnenlichte.
20° — 15°	1 M. 22 1/2 S.	detto.
40° auf 29°	1 M. 23 1/2 S.	Im Schatten.
20° — 15 1/2°	1 M. 22 S.	detto.

Als die Nadel mittelst eines mäſsig starken Magnetes 5 Mal gestrichen war:

Der Ausschlagwinkel nahm ab von	Dauer von 20 Oscillationen.	
40° auf 30 1/2°	1 M. 6 2/3 S.	Im Sonnenlichte.
20° — 15 1/2°	1 M. 6 S.	detto.
40° auf 31 1/2°	1 M. 7 S.	Im Schatten.
20° — 16°	1 M. 6 S.	detto.

Fünf abermals angebrachte Striche konnten den Magnetismus der Nadel nicht mehr steigern. Da sich die Stärke des Lichtes während dieser Versuche gar nicht geändert hat, auch das Thermometer im Schatten unverändert auf 23° C. stand, so muſs man wohl annehmen, daſs eine stärkere Magnetnadel weniger afficirt wird, als eine schwächere.

7. Ich wünschte auch zu erfahren, ob eine schwerere Nadel im Sonnenlichte denselben Einfluſs erleidet,

wie eine leichtere, und machte deſshalb eine Reihe von Versuchen, bei denen zuerst eine leichtere (von 60 Gran) Magnetnadel, und dann eine schwerere (von 532,5 Gran) im directen Sonnenlichte oscillirte. Der Schwingungsbogen der leichteren wurde bedeutend vermindert, an der schwereren konnte ich aber keinen Unterschied bemerken, sie mochte in einem von der Sonne direct beschienenen Orte oder im Schatten oscilliren.

8. Da es nun keinem Zweifel unterworfen ist, daſs die Schwingungsbögen einer oscillirenden Magnetnadel im Sonnenlichte schneller abnehmen, als im Schatten, so konnte man doch wohl mit einigem Grunde vermuthen, daſs diese Einwirkung sich mit der Intensität des auffallenden Sonnenlichtes ändern wird, selbst wenn diese Einwirkung nicht magnetischer Natur seyn sollte. Um hierüber Gewiſsheit zu erlangen, schlug ich mehrere Wege ein. Erstens reflectirte ich mittelst eines Spiegels das directe Sonnenlicht an einen Ort, wohin es auf directem Wege nicht gelangen konnte, und untersuchte dann in diesem so beleuchteten Platze die Abnahme der Schwingungsbögen der Magnetnadel, und verglich sie mit der an demselben Orte, wenn ihm diese künstliche Beleuchtung nicht zu Theil ward. Dann stellte ich dasselbe Instrument in ein ganz verfinstertes Zimmer, das nur bei der ersten und zwanzigsten Schwingung so viel Licht durch die geöffnete Thür bekam, daſs man die Coincidenz der Magnetnadel mit einem Theilstriche der Scale am Glase beobachten konnte; hierauf wurde in dasselbe Zimmer reflectirtes, und endlich directes Sonnenlicht geleitet.

Endlich stellte ich das Instrument mit der Magnetnadel in einen vom Sonnenlichte direct getroffenen Platz, und deckte dasselbe successiv mit einem, dann mit zwei, und so fort bis zu fünf Glasstürzen, deren je-

der die Lichtstärke am Platze der Magnetnadel etwas verminderte, und beobachtete dann das beabsichtigte Phänomen. Ich will die Resultate beider Verfahrungsarten näher angeben.

9. Eine möglichst gehärtete Stahlnadel von 4 Z. Länge und 60 Gr. Gewicht in dem oben beschriebenen eingetheilten Cylinder oscillirte im Schatten, und der Ausschlagwinkel verminderte sich von 60° auf 49° bei zwei auf einander folgenden Versuchen. Ward aber durch zwei Planspiegel dem einfallenden Sonnenlichte eine Richtung gegeben, wodurch es auf die Magnetnadel gelangte, so verminderten sich die angegebenen 60° auf 47.5°. Die Zeit von 20 Oscillationen betrug im Lichte 1 M. $4^2/_3$ S., im Schatten 1 M. $4^1/_2$ S., also nahe dasselbe in beiden Fällen. Die Richtung des einfallenden Lichtes hatte auf das hier besprochene Phänomen nicht den mindesten Einfluſs; denn ich fand genau dieselben Resultate, ich mochte dem Lichte eine horizontale Richtung von SO. nach NW., oder eine Richtung von SW. nach NO. geben, oder es gar vertical abwärts auf die Magnetnadel leiten.

10. In dem gänzlich verfinsterten Zimmer nahm der Ausschlagwinkel der Magnetnadel innerhalb 20 Schwingungen von 60° auf 42° ab; dasselbe war der Fall, wenn an einem Fensterladen eine runde, etwa 6 Zoll im Durchmesser haltende Öffnung angebracht war, durch welche so viel Licht eindrang, daſs man allenthalben gut sehen konnte, jedoch ohne daſs die Magnetnadel direct vom Strahlenkegel, der in das Zimmer drang, getroffen wurde. Erhielt dieser aber mittelst eines Planspiegels eine Richtung, wodurch er auf die Magnetnadel geleitet wurde, so trat alsogleich eine Verminderung des Ausschlagwinkels von 60° auf 40° ein.

11. Der Versuch mit den Glasstürzen schien mir am

ersten entscheiden zu können. Er wurde daher auch mit der gröſsten Sorgfalt angestellt, und nicht nur bei jedem einzelnen Sturz der Ausschlagwinkel beim Beginne des Versuches und nach vollbrachter 20sten Oscillation beobachtet, sondern auch die Zeit dieser 20 Oscillationen und zugleich die Temperatur der Luft innerhalb des ersten Cylinders, und der Stand eines *Leslie*'schen Photometers, der sich auſser der Stürze, aber nahe an ihnen befand. Letzteres fand ich deſshalb sehr nothwendig, weil der Himmel nicht ganz rein, und nicht selten auf ein paar Augenblicke die Sonne mit einer dünnen Wolke bedeckt war. Die Zahl, welche den Stand des Photometers angibt, ist die Anzahl hunderttheiliger Grade, um welche die Flüssigkeit in der mit der geschwärzten Kugel verbundenen Röhre tiefer stand, als in der anderen. Die Glasstürze, welche mir zu Gebote standen, konnten das vorhin beschriebene Instrument nicht fassen, darum wählte ich ein anderes, auf gleiche Weise eingerichtetes. Die Magnetnadel, welche darin hing, hatte 4 Z. Länge, und 50 Gr. Gewicht. Sie bestand aus hartem Stahl, und war seit Jänner dieses Jahres magnetisirt. Folgende Tabelle enthält die Resultate der Versuche:

Ausschlagwinkel		Temperatur.	Stand des Photometers.	Anzahl der Glasstürze.	Dauer von 20 Oscillationen.
am Anfang.	am Ende.				
60	40	23° C.	16	keiner.	1 M. 9 S.
—	—	22	7	—	1 M. 10 S.
—	—	23	17	—	1 M. 10 S.
60	40	43	5.2	einer.	1 M. 10 S.
—	—	42	6	—	1 M. 10 S.
—	—	41	5	—	1 M. 10½ S.

Ausschlagwinkel am Anfang.	am Ende.	Temperatur.	Stand des Photometers.	Anzahl der Glasstürze.	Dauer von 20 Oscillationen.
60	40	47° C.	15	zwei.	1 M. 10 S.
—	—	43	16.2	—	1 M. 10 S.
—	39	42	14.5	—	1 M. 10½ S.
60	40	42	14	drei.	1 M. 10 S.
—	40.5	44	19	—	1 M. 11 S.
—	40	49	12	—	1 M. 10 S.
60	40	41	14	vier.	1 M. 10 S.
—	40.5	42	14	—	1 M. 10½ S.
—	40	40	13.8	—	1 M. 10 S.
60	40	40	15	fünf.	1 M. 10 S.
—	40	40.4	15	—	1 M. 10½ S.
—	39	42	14	—	1 M. 10 S.

Nimmt man alle Versuche zusammen, die, den Zusammenhang zwischen der Intensität des Lichtes und der Stärke seiner Einwirkung nachzuweisen, angestellt wurden, so findet man, daſs eine bedeutende Steigerung seiner Intensität wohl auch diese Wirkung erhöht, daſs aber geringe Unterschiede in der Lichtstärke durch diese Wirkung nicht bemerklich werden. Eine oscillirende Magnetnadel würde daher in dieser Beziehung ein sehr wenig empfindliches Photometer abgeben.

12. Ich wünschte auch die Einwirkung irgend eines künstlichen, sehr intensiven Lichtes auf eine oscillirende Magnetnadel kennen zu lernen, um diese mit der durch das Sonnenlicht bewirkten vergleichen zu können. Ich bediente mich zu diesem Zwecke einer sogenannten Leuchtkerze, die aus einer cylindrischen, papierenen Röhre mit einem feinen Pulver, aus Salpeter, Schieſs-

pulver und Spiefsglanz, besteht, zündete sie in der Nähe der oben gebrauchten Magnetnadel an einem dunklen Orte an, und liefs letztere oscilliren. Ich konnte nicht die mindeste Einwirkung bemerken, die Magnetnadel kam sowohl in dieser Beleuchtung als ohne dieselbe stets nach 20 Oscillationen genau von 60° auf 44°.

13. Nun blieb mir, meinem Plane gemäfs, noch übrig, die Magnetnadel von verschiedenfärbigem Lichte beleuchten zu lassen, und zu sehen, ob sich hierin keine Verschiedenheit zeigte. Das verschiedenfärbige Licht erzeugte ich durch ein dreiseitiges gläsernes Prisma auf die gewöhnliche Weise, und suchte durch Veränderung des Einfallswinkels bald diesen, bald jenen Theil des Farbenbildes auf die Magnetnadel zu leiten. In Folgendem ist wieder das Ergebnifs der Versuche enthalten.

Der Ausschlagwinkel nahm nach 20 Oscillationen ab von	Beschaffenheit des Lichtes.
60° auf 41° 60° — 40° 60° — 40°	Roth.
60° auf 40° 60° — 40° 60° — 40°	Gelb.
60° auf 40° 60° — 40° 60° — 40°	Grün.
60° auf 40.5° 60° — 40.5° 60° — 41°	Blau.
60° auf 41.5° 60° — 41° 60° — 41°	Violett.

Dieselben Versuche wurden an einem der folgenden Tage angestellt, und gaben nahe dasselbe Resultat. Es scheint demnach, als wenn im violetten und blauen Lichte diese Einwirkung geringer wäre, als im rothen und gelben. Wer diese Einwirkung als solche ansieht, die magnetischer Natur ist, wird sich über dieses Ergebniſs wundern, da man gewohnt ist, den violetten und blauen Strahlen einen gröſseren Einfluſs auf den Magnetismus zuzuschreiben, als den übrigen, während sich hier gerade das Gegentheil zeigt. Die folgenden Betrachtungen werden aber über diesen Punct näheren Aufschluſs geben, oder wenigstens ihn mit einer anderen Eigenschaft des farbigen Lichtes in Einklang zu bringen suchen.

II. Versuch, die Resultate dieser Experimente zu erklären.

14. Wiewohl die Regelmäſsigkeit der Schwingungen einer Magnetnadel in der Beschaffenheit der magnetischen Kraft ihren Grund hat, und Störungen dieser Kraft auch auf die Schwingungen solcher Nadeln einwirken, so gibt es doch auch unzählige Fälle, wo eine nicht magnetische Einwirkung die Beschaffenheit der Bewegungen stört, die eigentlich nur magnetischen Kräften ihren Ursprung verdanken. Als *Coulomb* in einer nach seiner Angabe aufgehängten ungemein empfindlichen Magnetnadel bemerkt hatte, daſs sie häufigen Variationen ihrer Richtung ausgesetzt sey, von denen er vermuthete, daſs sie nicht durchaus von magnetischen Kräften herrühren, glaubte er diese Variationen an besonders starken, und dann auch an besonders schwachen beobachten zu müssen. Eine schwache Magnetnadel muſs durch nicht magnetische Einwirkungen stärker afficirt werden, als eine starke, während bei solchen Einflüs-

sen, die im Magnetismus ihre Wurzel haben, gerade das Gegentheil Statt findet. Die in 6. angeführten Versuche zeigen, daſs die Verminderung des Schwingungsbogens im Sonnenlichte bei stärkeren Magnetnadeln minder bedeutend sey, als bei schwachen, und scheinen daher anzudeuten, daſs diese Erwartung nicht von einer magnetischen Kraft des Sonnenlichtes herzuleiten sey.

15. Ein anderer Grund, welcher den magnetischen Ursprung der hier besprochenen Phänomene verdächtig macht, liegt in den in 13. angeführten Versuchen. Wenn es auch nicht jedem Physiker gelungen ist, durch violettes und blaues Licht so auffallende magnetische Wirkungen hervorzubringen, wie *Morichini* und *Sommerville*, so muſs es doch befremden, daſs gerade dieses Licht die mindeste Einwirkung auf eine Magnetnadel zeigt, und man kann nur dadurch diesem Widerspruche begegnen, wenn man diese Einwirkung auf Rechnung nicht magnetischer Kräfte setzt.

16. Alles dieses begründet aber noch keinen völligen Beweis für obigen Satz. Kräftiger spricht dafür folgende Erfahrung: Ich wollte unter andern auch bei den früher besprochenen Versuchen die Einwirkung des Bodens auf den Ausschlagwinkel der oscillirenden Magnetnadel vermeiden, und befestigte daher den Apparat, worin die Nadel ihre Schwingungen machte, frei an einem Gestelle, das vom Fuſsboden des Zimmers, in welchem ich den Versuch machte, ganz isolirt, und unten ganz offen war. Die hölzerne Platte eines darunter befindlichen Tisches mochte 1 ½ Fuſs von der Magnetnadel entfernt seyn. Die Sonne beschien zwar den Tisch, aber weder die Magnetnadel noch überhaupt das Gefäſs, worin sie aufgehängt war. Es wurde dieselbe Magnetnadel gebraucht, mit welcher die letztern Versuche (13.) angestellt worden waren. Ich traf alle Vorkehrungen,

wie bei den früheren Versuchen, um ein genaues Resultat zu erhalten, fand aber zu meinem Erstaunen, daſs die Magnetnadel in 20 Oscillationen von 60° auf 36° zurückkam, wiewohl sie bei dem früheren Verfahren in dem geschlossenen Gefäſse unter derselben Beleuchtung selbst im directen Sonnenlichte nur von 60° auf 40° kam. Ich leitete hierauf das Sonnenlicht mittelst eines Spiegels von oben auf die Magnetnadel herab, und fand, daſs die Verminderung des Bogens genau dieselbe sey, wie vorhin, mithin das Licht gar keinen merklichen Einfluſs ausübe. Brachte ich am Glascylinder einen Boden von Glas an, der etwa $^1/_2$ Zoll von der Magnetnadel abstand, so wurde der Bogen während eben so vielen Schwingungen im Schatten von 60° auf 40$^1/_2$°, im directen Lichte hingegen von 60° auf 40° vermindert.

17. Ich vermuthete, daſs die Verminderung des Schwingungsbogens von Luftströmen herrühre, welche von unten aufsteigen, und glaubte meine Vermuthung am besten dadurch zu rechtfertigen, wenn ich absichtlich einen solchen Strom erregte, und unter seinem Einflusse eine neue Beobachtung machte. Deſshalb zündete ich gerade unter dem offenen Glascylinder eine Weingeistflamme an, die so weit von ihm entfernt war, daſs man an der Stelle, wo die Nadel hing, fast nichts von einer Erwärmung bemerkte. Da wurde die Magnetnadel bedeutender in ihrem Gange gestört, als durch den Einfluſs des Sonnenlichtes; denn ihr Schwingungsbogen sank während 20 Schwingungen von 60° auf 31° herab.

18. Ich mache mir demnach von dem eigentlichen Verlaufe der Sache bei den Schwingungen einer Magnetnadel in einem von der Sonne direct beschienenen oder beschatteten Platze folgende Vorstellung: Wenn die Magnetnadel in einer horizontalen Ebene ihre Schwingun-

gen macht, wie es in allen vorhergehenden Versuchen der Fall ist, so muſs sie die Luft, welche ihr im Wege steht, in einer horizontalen Richtung vor sich her schieben. Sobald sie die Richtung ihres Gleichgewichtes verläſst, ertheilt sie so der Luft nach der Richtung ihrer Bewegung eine gewisse Geschwindigkeit; diese Geschwindigkeit macht, daſs die Magnetnadel, wenn sie schon in Bewegung ist, einen kleineren Widerstand findet, als wenn sie von der Ruhe in Bewegung übergeht. Dieses ist aber natürlich nur so lange der Fall, als die schon bewegte Luft in der horizontalen Ebene bleibt, in welcher sich die Magnetnadel bewegt. Wird aber entweder die Nadel oder der Boden des Gefäſses, worin sie sich befindet, durch die Sonne beschienen, so steigen beständig Luftströme in die Höhe, und die Luft, welche schon eine Geschwindigkeit nach der Richtung der Oscillation der Magnetnadel hat, wird durch eine andere ersetzt, die nur nach aufwärts, nicht aber in horizontaler Richtung eine Bewegung hat, mithin nach dieser erst wieder durch die Magnetnadel bewegt werden muſs. Dieses bringt also dieselbe Wirkung hervor, als wenn der Luftwiderstand überhaupt gröſser geworden wäre, und vermindert demnach die Gröſse des Ausschlagwinkels.

19. Dieser Ansicht steht keines der vorhin angeführten Phänomene im Wege, ja einige derselben sprechen deutlich dafür. Die in 4. angegebenen Erscheinungen zeigen, daſs die Verminderung des Ausschlagwinkels im Lichte desto bedeutender sey, je gröſser die absolute Gröſse dieses Winkels ist. Allein bekanntlich muſs die Geschwindigkeit der ausweichenden Luft mit der Geschwindigkeit der Magnetnadel wachsen; wird die schon mit der gehörigen Geschwindigkeit versehene Luft durch eine andere ersetzt, welcher diese Geschwindigkeit man-

gelt, so braucht man eine desto gröſsere Kraft, diese Geschwindigkeit wieder zu erzeugen, je gröſser sie ist. Die Vergröſserung dieser Wirkung durch Vermehrung der Intensität des Magnetismus einer Nadel nach 6., oder durch Vergröſserung ihrer Masse nach 7., stellt sich von selbst als eine obiger Ansicht sehr günstige Thatsache dar. Es wird hiernach auch deutlich, warum nur directes Licht obige Wirkung ausübt, und warum sie im rothen und gelben Lichte, das intensiver ist und mehr Wärme entwickelt, bedeutender ausfällt, als im minder hellen blauen und violetten, dessen Wärme erregende Kraft so gering ist. Der einzige widrige Umstand ist, daſs nach den in 1. angegebenen Versuchen innerhalb mehrerer Glasstürze, wo doch die Temperatur so sehr erhöht war, die Einwirkung des Lichtes auf die Magnetnadel nicht mit der Temperatur stieg. Allein ich glaube, die Ursache liege darin, daſs innerhalb mehrerer Glasstürze die Luftströmungen nicht gröſser sind, als innerhalb eines einzigen, weil die Erwärmung nicht bloſs am Boden und an der Magnetnadel, sondern am ganzen inneren Raume vor sich geht. Hierin mag auch der Grund liegen, daſs *Christie* (Bd. III. S. 99) an einer Magnetnadel keine Änderung des Ausschlagwinkels bemerkte, die in einem Gehäuse hing, welches über Feuer stark erwärmt war; denn derselbe sagt ausdrücklich, daſs er das Gehäuse so stark erhitzte, daſs er es kaum mehr in der Hand halten konnte, und dann den Versuch machte. Da hatte sich die Wärme in der inneren Luft schon ins Gleichgewicht gesetzt, und die Strömungen konnten nur sehr gering seyn. Die gröſste Stütze findet obige Ansicht wohl darin, daſs ein ohne Licht erregter aufsteigender Luftstrom eine ihrer Art nach gleiche, ihrer Gröſse nach aber noch bedeutendere Wirkung hervorbrachte, wie Sonnenlicht. Auſser diesem fand ich noch

darin eine Stütze für meine Ansicht. Ich liefs eine der vorhin benannten Magnetnadeln im Sonnenlichte oscilliren, und beobachtete die Gröfse des Ausschlagwinkels am Anfange der ersten, und am Ende der zwanzigsten Oscillation. Hierauf hielt ich das Sonnenlicht durch einen papierenen Schirm von der Magnetnadel ab, machte schnell darauf wieder denselben Versuch, und fand nahe dasselbe Resultat wie im Lichte; allein, als ich abermals den Versuch wiederholte, nachdem der Schirm schon einige Zeit an seinem Platze gestanden hatte, und daher die Strömungen aufgehört haben mochten, bemerkte ich, dafs der letztere Ausschlagwinkel gröfser sey, als vorhin im Lichte. Der Boden des Gefäfses, worin die Magnetnadel oscillirte, war da absichtlich mit schwarzem Papier bedeckt.

Man sieht wohl ein, dafs nach dieser Ansicht die hier besprochene Wirkung des Lichtes bei jedem leichten oscillirenden Körper eintreten wird, wie auch *Christie* wirklich durch Versuche gefunden hatte. Durch Versuche im luftleeren Raume würde sich die Sache mit noch mehr Bestimmtheit ausmachen lassen; in blofs verdünnter Luft dürfte nicht sehr viel zu erwarten seyn, weil da nicht blofs der Einflufs der aufsteigenden Luft, sondern auch der der ruhenden geringer wird, und daher selbst, wenn auch hier das Licht eine ähnliche Wirkung ausübte, wie in der gewöhnlichen Luft, doch daraus keineswegs die Unrichtigkeit obiger Ansicht folgen würde.

IV.

Beweis eines Satzes zur Vergleichung der Differenzialquotienten mit Combinationen für eine bestimmte Zeiger-Scale,

von

Dr. *Joseph Knar*,

öffentl. ordentl. Professor der Mathematik an der k. k. Universität zu Grätz.

---

§. 1.

In einem vorhergehenden Aufsatze *) habe ich mich des Satzes bedient, daſs

$$\mathfrak{p}\overset{n}{\underset{n-r}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w} = \frac{n-r}{n \cdot r!} \cdot (\alpha^n)_r$$

sey, unter Voraussetzung der Zeiger-Scale

$$\left\{\begin{matrix} \frac{\alpha}{1}, & \frac{(\alpha^2)_1}{2!}, & \frac{(\alpha^3)_2}{3!}, & \ldots\ldots & \frac{(\alpha^m)_{m-1}}{m!}, & \ldots \\ 1, & 2, & 3, & \ldots\ldots & m, & \ldots \end{matrix}\right\},$$

wobei α was immer für eine Function von y bezeichnet, und

$$(\alpha^2)_1 = \frac{d(\alpha^2)}{dy},\ (\alpha^3)_2 = \frac{d^2(\alpha^3)}{dy^2},\ \ldots\ (\alpha^m)_{m-1} = \frac{d^{m-1}(\alpha^m)}{dy^{m-1}}$$

ist. Der Beweis dieses Satzes konnte am genannten Orte nicht hinzugefügt werden, indem er mich von dem Hauptzwecke jenes Aufsatzes zu sehr abgeleitet haben würde. Ich halte mich daher für verpflichtet, diesen Beweis, obgleich er keine besonderen Schwierigkeiten darbietet, hier nachzutragen, vorzüglich deſswegen, weil der Satz

---

*) Zeitschrift für Physik und Mathematik. Zweiten Bandes, zweites Heft.

meines Wissens noch nirgends angeführt und erwiesen worden ist.

§. 2.

Aus der Gleichung

$$x = y + z \cdot \frac{\alpha}{1} + z^2 \cdot \frac{(\alpha^2)_1}{2!} + z^3 \cdot \frac{(\alpha^3)_2}{3!} + \ldots + z^m \cdot \frac{(\alpha^m)_{m-1}}{m!} + \ldots$$

findet man

$$x - y = z \cdot \frac{\alpha}{1} + z^2 \cdot \frac{(\alpha^2)_1}{2!} + z^3 \cdot \frac{(\alpha^3)_2}{3!} + \ldots + z^m \cdot \frac{(\alpha^m)_{m-1}}{m!} + \ldots,$$

und hieraus nach dem bekannten polynomischen Lehrsatze

$$(x-y)^m = z^m \cdot \mathfrak{p}\overset{m}{\underset{m}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w} + z^{m+1} \cdot \mathfrak{p}\overset{m+1}{\underset{m}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w} + z^{m+2} \cdot \mathfrak{p}\overset{m+2}{\underset{m}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w} + \ldots$$

$$\ldots + z^{m+n} \cdot \mathfrak{p}\overset{m+n}{\underset{m}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w} + \ldots,$$

wobei sich die combinatorischen Zeichen auf die in §. 1. angegebene Zeiger-Scale beziehen.

Man sieht hieraus, daſs $\mathfrak{p}\overset{m+n}{\underset{m}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w}$ für die obige Zeiger-Scale der Coefficient von z^{m+n} in der Entwicklung von $(x-y)^m$ nach Potenzen von z ist, wenn zwischen x, y und z die obige Gleichung als geltend vorausgesetzt wird. Es kommt daher nur darauf an, daſs man den Coefficienten von z^{m+n} noch auf eine andere Art ohne combinatorische Zeichen darstellen könne, um aus der Gleichheit beider Coefficienten den Werth von $\mathfrak{p}\overset{m+n}{\underset{m}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w}$ zu finden.

§. 3.

Zu dieser zweiten Darstellung von $(x-y)_m$ gibt uns die bekannte *Lagrange*'sche Reihe das Mittel an die Hand, indem man vermöge derselben aus der Gleichung

$$x = y + z \cdot \varphi x$$

erhält

$$Fx = Fy + \frac{z}{1} \cdot \varphi y \cdot \frac{dFy}{dy} + \frac{z^2}{2!} \cdot \frac{d\left((\varphi y)^2 \cdot \frac{dFy}{dy}\right)}{dy} + \ldots$$

$$\ldots + \frac{z^n}{n!} \cdot \frac{d^{n-1}\left((\varphi y)^n \cdot \frac{dFy}{dy}\right)}{dy^{n-1}} + \ldots,$$

wobei φ und F was immer für Functionen der nachstehenden Zahlen bezeichnen.

Bevor jedoch der vorliegende Fall mit Hülfe dieser Reihe behandelt wird, möge es erlaubt seyn, über die Anwendung derselben im Allgemeinen eine Bemerkung zu machen. die dann sogleich wird gebraucht werden können.

In der *Lagrange*'schen Reihe hat es den Anschein, als ob y eine veränderliche Zahl seyn müfste, indem verschiedene Differenzialquotienten für y darin vorkommen. Allein vermöge der zwischen x, y und z ursprünglich gegebenen Gleichung $x = y + z \cdot \varphi x$ sind nur x und z die beiden veränderlichen Zahlen, indem aus derselben eine Function von x nach Potenzen von z entwickelt werden soll: hingegen ist y nur der Werth, welchen x erhält, wenn in jener Gleichung $z = 0$ gesetzt wird, und dieser Werth kann nicht nur eine *beständige*, sondern auch sogar eine *bestimmte* Zahl seyn. Diese Bemerkung, verbunden mit der Betrachtung des Zusammenhanges der *Lagrange*'schen Reihe mit dem allgemeinen Entwicklungsprobleme, wie er sich aus meinem, früher angeführten Aufsatze ergibt, zeigt deutlich, dafs der Coefficient von $\frac{z^n}{n!}$ in der *Lagrange*'schen Reihe eigentlich

$$\frac{d^{n-1}\left((\varphi x)^n \cdot \frac{dFx}{dx}\right)}{dx^{n-1}}$$

seyn solle, worin nach Vollendung der Differenziirungen noch $z = 0$ oder $x = y$ gesetzt werden mufs. Hier-

aus erklärt sich zugleich, warum sowohl φx, als Fx auch y enthalten dürfen, ohne daſs dadurch die Richtigkeit der Reihe gestört wird, wenn man nur, wie *Laplace* *) vorschreibt, vor dem Differenziiren statt y irgend einen anderen Buchstaben setzt, und erst hernach wieder y an seiner Stelle einführt.

Diese doppelte Substitution wird vermieden, wenn man, da φx und Fx ohnehin unmittelbar durch x ausgedrückt sind, den obigen Differenzialquotienten für x entwickelt, und hernach darin $x = y$ setzt, wodurch der Coefficient von $\frac{z^n}{n!}$ erhalten wird, es mögen φx und Fx auch y enthalten oder nicht, und wobei y auch eine bestimmte Zahl seyn kann.

§. 4.

Kehren wir nunmehr zu dem vorgelegten Gegenstande zurück.

Sucht man aus der Gleichung

$$x = y + z \cdot \varphi x$$

bloſs den Werth von x; so findet man mittelst der *Lagrange*'schen Reihe, wenn darin $Fx = x$, und daher $Fy = y$, $\frac{dFy}{dy} = 1$ gesetzt wird:

$$x = y + \frac{z}{1} \cdot \varphi y + \frac{z^2}{2!} \cdot \frac{d((\varphi y)^2)}{dy} + \ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots + \frac{z^n}{n!} \cdot \frac{d^{n-1}((\varphi y)^n)}{dy^{n-1}} + \ldots;$$

oder, wenn man $\varphi y = \alpha$ setzt, und die Differenzialquotienten durch die rechts unten angesetzten Differenzialexponenten bezeichnet:

$$x = y + z \cdot \frac{\alpha}{1} + z^2 \cdot \frac{(\alpha^2)_1}{2!} + \ldots\ldots + z^n \cdot \frac{(\alpha^n)_{n-1}}{n!} + \ldots$$

*) Traité de Mécanique céleste. Paris, chez Ve Courcier.

Dieſs ist, wie man sieht, gerade der Werth, welcher im Anfange des §. 2. für x angenommen wurde: es ist daher auch einerlei, ob man erst aus dem eben gefundenen Werthe von x, oder gleich unmittelbar aus der zwischen x und z gegebenen Gleichung die Reihe für $(x-y)^m$ ableiten will. Das Erstere ist bereits in §. 2. geschehen; das Letztere läſst sich vermöge der *Lagrange*'schen Reihe ebenfalls bewerkstelligen. Da wir jedoch nicht der vollständigen Reihe, sondern nur des Coefficienten von z^{m+n} bedürfen, so soll auch nur dieser Coefficient allein gesucht werden. Der Coefficient von z^{m+n} in der *Lagrange*'schen Reihe ist im Allgemeinen

$$\frac{1}{(m+n)!} \cdot \frac{d^{m+n-1}\left((\varphi x)^{m+n} \cdot \frac{dFx}{dx}\right)}{dx^{m+n-1}},$$

wenn darin vermöge des in §. 3. Gesagten nach den vollendeten Differenziirungen $x=y$ gesetzt wird. Nimmt man nun hierin

$$Fx = (x-y)^m, \text{ und daher } \frac{dFx}{dx} = m(x-y)^{m-1};$$

so erhält man den Coefficienten von z^{m+n} in der Entwicklung von $(x-y)^m$

$$\frac{m}{(m+n)!} \cdot \frac{d^{m+n-1}\left((\varphi x)^{m+n} \cdot (x-y)^{m-1}\right)}{dx^{m+n-1}}.$$

Nun ist, wenn u und v Functionen von x, und die denselben rechts unten beigesetzten Zahlen die eben so vielten Differenzialquotienten für x bezeichnen, bekanntlich

$$(uv)_p = u_p \cdot v + \frac{p}{1} \cdot u_{p-1} \cdot v_1 + \frac{p(p-1)}{1 \cdot 2} \cdot u_{p-2} \cdot v_2 + \ldots$$

$$\ldots + \frac{p!}{r!(p-r)!} \cdot u_{p-r} \cdot v_r + \ldots$$

Setzt man hierin $v = (x-y)^{m-1}$, so wird für $r > m-1$ nothwendig $v_r = 0$ seyn, und es fallen da-

her in $(u\,v)_p$ alle Glieder von selbst weg, worin $r > m - 1$ ist; mithin ist für diesen Werth von v:

$$(u\,v)_p = u_p \,.\, v + \frac{p}{1} \,.\, u_{p-1} \,.\, v_1 + \frac{p\,(p-1)}{1\,.\,2} \,.\, u_{p-2} \,.\, v_2 + \ldots$$
$$\ldots + \frac{p\,!}{(m-1)\,!\,(p-m+1)\,!} \,.\, u_{p-m+1} \,.\, v_{m-1} + \ldots;$$

oder, wenn $v = (x-y)^{m-1}$, $v_1 = (m-1)(x-y)^{m-2}$, $v_2 = (m-1)(m-2)(x-y)^{m-3}$, $\ldots\, v_{m-1} = (m-1)!$ gesetzt wird:

$$(u \,.\, (x-y)^{m-1})_p =$$
$$= u_p \,.\, (x-y)^{m-1} + \frac{p}{1}\,(m-1) \,.\, u_{p-1} \,.\, (x-y)^{m-2}$$
$$+ \frac{p\,(p-1)}{1\,.\,2}\,(m-1)(m-2) \,.\, u_{p-2} \,.\, (x-y)^{m-3} + \ldots$$
$$\ldots + \frac{p\,!}{(m-1)\,!\,(p-m+1)\,!} \,.\, (m-1)\,! \,.\, u_{p-m+1} \,.$$

In dem eben gefundenen Ausdrucke haben alle Glieder, mit alleiniger Ausnahme des letzten, den Factor $x-y$; wird daher $x = y$ angenommen, so ist $x - y = 0$, und es müssen alle Glieder, bis auf das letzte, wegfallen. Es ist also für $x = y$

$$(u \,.\, (x-y)^{m-1})_p = \frac{p\,!}{(m-1)\,!\,(p-m+1)\,!} \,.\, (m-1)\,!\; u_{p-m+1},$$

oder nach gehöriger Abkürzung

$$(u \,.\, (x-y)^{m-1})_p = \frac{p\,!}{(p-m+1)\,!} \,.\, u_{p-m+1} \,.$$

Setzt man hierin $u = (\varphi\, x)^{m+n}$ und $p = m + n - 1$, mithin $p - m + 1 = n$, so erhält man

$$((\varphi x)^{m+n} \,.\, (x-y)^{m-1})_{m+n-1} = \frac{(m+n-1)\,!}{n\,!} \,.\, ((\varphi\, x)^{m+n-1})_n,$$

wobei noch $x = y$ gesetzt werden mufs. Diesen Werth von

$$((\varphi x)^{m+n} \,.\, (x-y)^{m-1})_{m+n-1} = \frac{d^{m+n-1}\,((\varphi x)^{m+n} \,.\, (x-y)^{m-1})}{d\,x^{m+n-1}}$$

substituire man in dem oben gefundenen Coefficienten

von z^{m+n} in der Entwickelung von $(x-y)^m$, so wird derselbe

$$\frac{m}{(m+n)!} \cdot \frac{(m+n-1)!}{n!} \cdot ((\varphi x)^{m+n})_n,$$

oder nach geschehener Abkürzung

$$\frac{m}{(m+n) \cdot n!} \cdot ((\varphi x)^{m+n})_n.$$

In diesem Werthe mufs noch $x=y$ gesetzt werden; enthält nun φx kein y, so kann man schon vor dem Differenziiren $x=y$ annehmen, und dann den Differenzialquotienten für y entwickeln. Thut man diefs, und läfst nunmehr wieder, wie es schon in §. 2. der Fall war, die rechts unten angehängten Zahlen Differenzialquotienten für y bezeichnen, so erhält man endlich

$$\frac{m}{(m+n) \cdot n!} \cdot ((\varphi y)^{m+n})_n,$$

oder, für $a=\varphi y$,

$$\frac{m}{(m+n) \cdot n!} \cdot (a^{m+n})_n$$

als Coefficienten von z^{m+n} in der Entwickelung von $(x-y)^m$.

§. 5.

Wir haben nunmehr zwei Werthe für den Coefficienten von z^{m+n} gefunden, von welchen der eine in §. 2. durch combinatorische Zeichen dargestellt, der andere aber in §. 4. ohne solche Zeichen ausgedrückt ist. Setzt man nun diese beiden Werthe des nämlichen Coefficienten einander gleich, so ergibt sich

$$\mathfrak{p}\overset{m+n}{\underset{m}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w} = \frac{m}{(m+n) \cdot n!} \cdot (a^{m+n})_n.$$

Nimmt man in dieser Gleichung zuerst $m=t-r$ und $n=r$ an, so verwandelt sie sich in

$$\mathfrak{p}\overset{t}{\underset{t-r}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w} = \frac{t-r}{t\,.\,r!}\,.\,(\alpha^t)_r\,,$$

und, wenn n statt t gesetzt wird, in

$$\mathfrak{p}\overset{n}{\underset{n-r}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w} = \frac{n-r}{n\,.\,r!}\,.\,(\alpha^u)_r\,;$$

was, wie man sieht, gerade der in §. 1. angeführte Satz ist, dessen Beweis wir uns zu liefern vorgesetzt hatten.

V.

Gesetze des Gleichgewichtes, auf eine neue Art entwickelt,

vom

Professor *Nörrenberg.*

(Dritte Fortsetzung.)

Schwerpunct der Körper.

106. Es seyen $z = f(x, y)$, $z = f'(x, y)$ die Gleichungen zweier Flächen, welche nach der Richtung der z einen Körper begrenzen, so ist das Volumen S' eines Stückes desselben, welches nach zwei Richtungen von Ebenen begrenzt wird, die in den Abständen x und y mit den Ebenen der yz und xz parallel laufen, eine Function von x und y, und die Coordinaten X, Y, Z des Schwerpunctes dieses Stückes sind folglich auch Functionen von x und y.

Um diese Functionen zu finden, braucht man nur in Nro. 88 bis 92 überall S statt S, und $F'(x, y)$ statt $F(x, y)$ zu setzen, weil mit folgender Modification in Beziehung auf w'', alles dort in Beziehung auf das Flä-

chenstück S Gesagte, eben so gut auf das Körperstück S' paſst.

Die in Beziehung auf w'' nöthige Modification rührt daher, daſs sich bei dem gleichzeitigen Verschwinden von h und i, das Körperstück W nicht wie das Flächenstück W auf den Punct x, y, $f(x, y)$, sondern auf die zwischen den beiden Puncten x, y, $f(x, y)$ und x, y, $f'(x, y)$ liegende Gerade reducirt, deren Schwerpunct, nach Nro. 87, um die Gröſse

$$\tfrac{1}{2}[f(x, y) + f'(x, y)]$$

von der Ebene der xy absteht. Da sich nun w'' für $h = i = 0$ auf diesen Ausdruck reduciren muſs, so stellt derselbe das erste Glied der nach h und i geordneten Entwickelung von w'' dar, und man hat daher statt des letzten Ausdruckes in Nro. 91

$$\tfrac{1}{2}[f(x, y) + f'(x, y)] \frac{d^2 S'}{dx\, dy},$$

und folglich statt der letzten Gleichung in Nro. 92

$$S' Z = \int dx \int dy \,.\, \tfrac{1}{2}[f(x, y) + f'(x, y)] \frac{d^2 S'}{dx\, dy}.$$

107. Es ist aber (Francoeur, Nro. 754)

$$\frac{d^2 S}{dx\, dy} = f(x, y) - f'(x, y);$$

folglich hat man

$$S' = \int dx \int dy\, [f(x, y) - f'(x, y)];$$
$$S' X = \int dx\, dy \,.\, x[f(x, y) - f'(x, y)];$$
$$S' Y = \int dx\, dy \,.\, y[f(x, y) - f'(x, y)];$$
$$S' Z = \int dx \int dy \,.\, \tfrac{1}{2}[f(x, y)^2 - f'(x, y)^2];$$

oder auch, weil

$$f(x, y) - f'(x, y) = \int dz \,.\, 1;$$
$$\tfrac{1}{2}[f(x, y)^2 - f'(x, y)^2] = \int dz \,.\, z$$

ist, wenn die Integrale $\int dz \,.\, 1$ und $\int dz \,.\, z$ zwischen den Grenzen $z = f(x, y)$ und $z = f'(x, y)$ genommen

werden,

$$S' = \int dx \int dy \int dz \,.\, 1;$$

$$X = \frac{\int dx \int dy \int dz \,.\, x}{S'};$$

$$Y = \frac{\int dx \int dy \int dz \,.\, y}{S'};$$

$$Z = \frac{\int dx \int dy \int dz \,.\, z}{S'}.$$

108. Beispiele. Für einen Körper, welcher unten von der Ebene der xy, und oben von einer mit dieser in dem Abstande C parallelen Ebene begrenzt wird, verwandeln sich die Gleichungen $z = f(x, y)$ und $z = f'(x, y)$ in $z = C$ und $z = 0$. Man hat daher für diesen Fall

$$S' = \int dx \int dy \,.\, C = \int dx \,.\, Cy + Fx;$$

$$S'X = \int dx \int dy \,.\, xC = \int dx \,.\, Cxy + F'x;$$

$$S'Y = \int dx \int dy \,.\, yC = \int dx \,.\, \tfrac{1}{2} Cy^2 + F''x;$$

$$S'Z = \int dx \int dy \,.\, \tfrac{1}{2} C^2 = \int dx \,.\, \tfrac{1}{2} C^2 y + F'''x.$$

Wird nun ferner der Körper durch zwei zu der Ebene der xy senkrechte cylindrische Flächen begrenzt, welche durch die Gleichungen $y = \chi x$, $y = \psi x$ gegeben sind, so müssen die gefundenen Integrale zwischen diesen Grenzen genommen werden, und man hat

$$S' = C \int dx (\psi x - \chi x);$$

$$X = \frac{\int dx \,.\, x (\psi x - \chi x)}{\int dx (\psi x - \chi x)};$$

$$Y = \frac{1}{2} \frac{\int dx (\psi x^2 - \chi x^2)}{\int dx (\psi x - \chi x)};$$

$$Z = \frac{\tfrac{1}{2} C^2 \int dx (\psi x - \chi x)}{C \int dx (\psi x - \chi x)} = \frac{C}{2}.$$

Vergleicht man diese Resultate mit den in Nro. 103 gefundenen, welche sich auf die Grundfläche des hier betrachteten Körpers beziehen, so sieht man aus der ersten Gleichung, dafs man den Inhalt desselben findet, wenn man die Grundfläche mit der Höhe multiplicirt;

aus der zweiten und dritten, dafs der Schwerpunct des Körpers in der durch den Schwerpunct seiner Grundfläche gehenden und zu ihr senkrechten Geraden liegt; und aus der vierten, dafs der Schwerpunct um die halbe Höhe des Körpers von der Grundfläche entfernt ist.

109. Es folgt hieraus, mit Hülfe der in Nro. 101 gefundenen Resultate, dafs man für ein senkrechtes, dreiseitiges Prisma von der Höhe z_1, dessen Grundfläche in der Ebene der xy durch die Coordinaten

$$x_1, y_1; \quad x_2, y_2; \quad x_3, y_3$$

gegeben ist, den Inhalt

$$S_1' = \frac{1}{2}\left[(x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)(y_3 - y_1)\right] z_1,$$

und die Coordinaten des Schwerpunctes

$$X_1 = \frac{2}{3}(x_1 + x_2 + x_3);$$
$$Y_1 = \frac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_3);$$
$$Z_1 = \frac{1}{2} z_1$$

hat.

110. Wenn man die Oberfläche eines von lauter Ebenen begrenzten Körpers in Dreiecke zerlegt, und jedes dieser Dreiecke als die eine Grundfläche eines Prisma betrachtet, dessen zweite Grundfläche die Projection der erstern in der Ebene der xy ist, so läfst sich der ganze Körper aus diesen Prismen, die theils positiv, theils negativ seyn können, zusammensetzen. Die Aufgabe, die Coordinaten des Schwerpunctes eines solchen Körpers aus den Coordinaten seiner Eckpuncte zu finden, reducirt sich also darauf, den Inhalt und die Coordinaten des Schwerpunctes eines auf der Ebene der xy senkrecht stehenden, durch die Coordinaten seiner Eckpuncte gegebenen Prisma zu finden.

Um die Rechnung weniger mühsam zu machen, kann man zuerst den Inhalt und die Coordinaten des Schwerpunctes desjenigen Stückes bestimmen, welches von dem

oben schief abgeschnittenen Prisma getrennt werden muſs, damit das übrig bleibende Stück zu dem in Nro. 109 betrachteten Prisma mit parallelen Grundflächen wird. Aus den Inhalten und den Coordinaten der Schwerpuncte dieser beiden Theile des Prisma lassen sich dann leicht nach Nro. 80 und 77 jene Gröſsen für das ganze Prisma finden.

Nimmt man diejenige Ecke des abgetrennten Körpers, welche den beiden zur Trennungsfläche senkrechten Kanten gegenüber liegt, zum Ursprunge der Coordinaten, und die Ebene der Trennungsfläche zur Ebene der xy, so ist der Körper durch die Coordinaten x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2 der oberen Endpuncte der eben genannten Kanten bestimmt; er liegt alsdann zwischen dem in Nro. 95 betrachteten Dreiecke und der Projection dieses Dreieckes in der Ebene der xy, so daſs sich die in Nro. 106 und 107 vorausgesetzten Gleichungen $z = f(x, y)$, $z = f'(x, y)$ für diesen Fall in $z = Ax + By$ und $z = 0$ verwandeln.

Es ist also, vermöge Nro. 107,

$$S' = \int dx \int dy \,.\, z = \int dx \int dy \,(Ax + By);$$
$$S'X = \int dx \int dy \,.\, xz = \int dx \int dy \,.\, x\,(Ax + By);$$
$$S'Y = \int dx \int dy \,.\, yz = \int dx \int dy \,.\, y\,(Ax + By);$$
$$S'Z = \int dx \int dy \,.\, \tfrac{1}{2} z^2 = \int dx \int dy \,.\, \tfrac{1}{2}(Ax + By)^2,$$

wo die Integrale zwischen den in Nro. 96 angegebenen Grenzen zu nehmen sind. Man hat demnach für den ersten Theil des Körpers,

$$\text{von} \quad y = \frac{y_2}{x_2}\,x \quad \text{bis} \quad y = \frac{y_1}{x_1}\,x,$$

$$\int dy \,.\, z = \frac{1}{2B}\left[\left(Ax + B\frac{y_1}{x_1}\,x\right)^2 - \left(Ax + B\frac{y_2}{x_2}\,x\right)^2\right],$$

und von $x = 0$ bis $x = x_1$,

$$\int dx \int dy \,.\, z = \frac{1}{2.3B}\left[\left(A + B\frac{y_1}{x_1}\right)^2 - \left(A + B\frac{y_2}{x_2}\right)^2\right] x_1^3,$$

Für den zweiten Theil des Körpers hat man

$$\text{von} \quad y = \frac{y_2}{x_2} x \quad \text{bis} \quad y = ax + b,$$

$$\int dy \cdot z = \frac{1}{2B} \left[(Ax + B(ax+b))^2 - \left(Ax + B\frac{y_2}{x_2} x \right)^2 \right],$$

und von $x = x_1$ bis $x = x_2$,

$$\int dx \int dy \cdot z = \frac{1}{2 \cdot 3B} \left[\frac{(Ax_2 + B(ax_2+b))^3 - (Ax_1 + B(ax_1+b))^3}{A + Ba} - \left(A + B\frac{y_2}{x_2} \right)^2 (x_2^3 - x_1^3) \right],$$

folglich ist für den ganzen Körper

$$S' = \frac{1}{2 \cdot 3B} \left[\frac{(Ax_2 + B(ax_2+b))^3 - (Ax_1 + B(ax_1+b))^3}{A + Ba} - (Ax_2 + By_2)^2 x_2 + (Ax_1 + By_1)^2 x_1 \right].$$

111. Es ist aber, weil die Coordinaten der Puncte x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2 in die Gleichungen der durch sie gehenden Ebenen passen müssen,

$$Ax_1 + By_1 = z_1; \quad Ax_2 + By_2 = z_2;$$
$$ax_1 + b = y_1; \quad ax_2 + b = y_2.$$

Aus den beiden ersten Gleichungen erhält man

$$A(x_2 - x_1) + B(y_2 - y_1) = z_2 - z_1,$$

und hieraus, weil aus den beiden letzten

$$y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1) \quad \text{folgt},$$

$$A + Ba = \frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1}.$$

Man hat also durch Substitution dieser Werthe

$$S' = \frac{1}{2 \cdot 3B} \left[(z_2^3 - z_1^3) \frac{x_2 - x_1}{z_2 - z_1} - z_2^2 x_2 + z_1^2 x_1 \right]$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 3B} [(z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2)(x_2 - x_1) - z_2^2 x_2 + z_1^2 x_1]$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 3B} [(z_2 + z_1) z_1 x_2 - (z_2 + z_1) z_2 x_1]$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 3B} (z_2 + z_1)(z_1 x_2 - z_2 x_1),$$

und endlich, wenn man statt B seinen Werth aus Nro. 95 setzt,

$$S' = \tfrac{1}{2}(x_2 y_1 - x_1 y_2)\,\frac{z_2 + z_1}{3}.$$

112. In Beziehung auf das Moment des Körpers hat man für den ersten Theil,

$$\text{von}\quad y = \frac{y_2}{x_2}\,x \quad \text{bis}\quad y = \frac{y_1}{x_1}\,x,$$

$$\int dy\,.\,xz = \frac{x}{2B}\left[\left(Ax + B\frac{y_1}{x_1}\,x\right)^2 - \left(Ax + B\frac{y_2}{x_2}\,x\right)^2\right],$$

und von $x = 0$ bis $x = x_1$,

$$\int dx \int dy\,.\,xz = \frac{1}{2\,.\,4B}\left[\left(A + B\frac{y_1}{x_1}\right)^2 - \left(A + B\frac{y_2}{x_2}\right)^2\right]x_1^4.$$

Für den zweiten Theil hat man,

$$\text{von}\quad y = \frac{y_2}{x_2}\,x \quad \text{bis}\quad y = ax + b,$$

$$\int dy\,.\,xz = \frac{x}{2B}\left[(Ax + B(ax+b))^2 - \left(Ax + B\frac{y_2}{x_2}\,x\right)^2\right],$$

und hieraus

$$\int dx \int dy\,.\,xz = \frac{1}{2B}\int dx\,(Ax + B(ax+b))^2\,x$$
$$- \frac{1}{2\,.\,4B}\left(A + B\frac{y_2}{x_2}\right)^2 x^4$$
$$= \frac{1}{2\,.\,4B}\left[\frac{(Ax + B(ax+b))^3\,x}{A + Ba} - \frac{(Ax + B(ax+b))^3\,Bb}{3(A+Ba)^2} - \left(A + B\frac{y_2}{x_2}\right)^2 x^4\right] + Const.$$

Dieses Integral von $x = x_1$ bis $x = x_2$ genommen, gibt für das Moment des zweiten Theils des Körpers

$$\frac{1}{2\,.\,4B}\left[\frac{(Ax_2 + B(ax_2+b))^3\,x_2 - (Ax_1 + B(ax_1+b))^3\,x_1}{A + Ba} - \frac{(Ax_2 + B(ax_2+b))^3 - (Ax_1 + B(ax_1+b))^3}{3(A+Ba)^2}\,Bb - \left(A + B\frac{y_2}{x_2}\right)^2 (x_2^4 - x_1^4)\right].$$

Addirt man hierzu das zu Anfange dieser Nummer gefundene Moment des ersten Theils, so hat man das Moment des ganzen Körpers:

$$S' X = \frac{1}{2.4B} \Bigg[\frac{(Ax_2 + B(ax_2+b))^3 x_2 - (Ax_1 + B(ax_1+b))^3 x_1}{A + Ba}$$

$$- \frac{(Ax_2 + B(ax_2+b))^3 - (Ax_1 + B(ax_1+b))^3}{3(A + Ba)^2} Bb$$

$$- \left(A + B\frac{y_2}{x_2}\right)^2 x_2^4 + \left(A + B\frac{y_1}{x_1}\right)^2 x_1^4 \Bigg].$$

Dieser Ausdruck reducirt sich aber durch die nämlichen Substitutionen, welche in Nro. 111 angewandt wurden, auf

$$\frac{1}{2.4B} \Big[(z_2^3 x_2 - z_1^3 x_1) \frac{x_2 - x_1}{z_2 - z_1}$$

$$- (z_2^3 - z_1^3) \left(\frac{x_2 - x_1}{z_2 - z_1}\right)^2 \cdot \frac{Bb}{3}$$

$$- (z_2^2 x_2^2 - z_1^2 x_1^2) \Big];$$

und dann weiter, weil

$$B = \frac{z_1 x_2 - z_2 x_1}{x_2 y_1 - x_1 y_2}; \quad b = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_2 - x_1}$$

ist, auf

$$\frac{1}{2.3.4B} \cdot \frac{1}{z_2 - z_1} \Big[3(z_2^3 x_2 - z_1^3 x_1)(x_2 - x_1)$$

$$- (z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2)(x_2 - x_1)(z_1 x_2 - z_2 x_1)$$

$$- 3(z_2^2 x_2^2 - z_1^2 x_1^2)(z_2 - z_1) \Big].$$

Es ist aber

$$(z_2^3 x_2 - z_1^3 x_1)(x_2 - x_1) - (z_2^2 x_2^2 - z_1^2 x_1^2)(z_2 - z_1)$$

$$= - z_1^3 x_1 x_2 - z_2^3 x_2 x_1 + z_2 z_1^2 x_1^2 + z_1 z_2^2 x_2^2$$

$$= z_1 x_2 (z_2^2 x_2 - z_1^2 x_1) - z_2 x_1 (z_2^2 x_2 - z_1^2 x_1)$$

$$= (z_2^2 x_2 - z_1^2 x_1)(z_1 x_2 - z_2 x_1);$$

folglich auch

$$S' X = \frac{1}{2.3.4B} \cdot \frac{z_1 x_2 - z_2 x_1}{z_2 - z_1} [3(z_2^2 x_2 - z_1^2 x_1) - (z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2)(x_2 - x_1)]$$

$$= \frac{1}{2.3.4} \cdot \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{z_2 - z_1} [3(z_2^2 x_2 - z_1^2 x_1) - (z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2)(x_2 - x_1)];$$

und endlich, weil

$$3(z_2^2 x_2 - z_1^2 x_1) - (z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2)(x_2 - x_1)$$
$$= x_2 (2 z_2^2 - z_2 z_1 - z_1^2) + x_1 (z_2^2 + z_2 z_1 - 2 z_1^2)$$
$$= x_2 [z_2^2 - z_1^2 + z_2 (z_2 - z_1)] + x_1 [z_2^2 - z_1^2 + z_1 (z_2 - z_1)]$$
$$= (z_2 - z_1) [x_2 (2 z_2 + z_1) + x_1 (z_2 + 2 z_1)]$$

ist,

$$S' X = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{2.3.4} [x_2 (2 z_2 + z_1) + x_1 (z_2 + 2 z_1)];$$

$$X = \tfrac{1}{4} \cdot \frac{x_2 (2 z_2 + z_1) + x_1 (z_2 + 2 z_1)}{z_2 + z_1}.$$

113. Da die Lage des Körpers in einer andern Beziehung zu der Ebene der xy steht, als zu den Ebenen der xz und yz, so läfst sich Z nicht, wie Y, durch Vertauschung der Coordinaten, von X ableiten; sondern es mufs wirklich berechnet werden. Man hat

von $y = \frac{y_2}{x_2} x$ bis $y = \frac{y_1}{x_1} x$,

$$\int dy \cdot \tfrac{1}{2} z^2 = \frac{1}{2.3B} \left[\left(Ax + B \frac{y_1}{x_1} x \right)^3 - \left(Ax + B \frac{y_2}{x_2} x \right)^3 \right]$$

und von $x = 0$ bis $x = x_1$,

$$\int dx \int dy \cdot \tfrac{1}{2} z^2 =$$
$$= \frac{1}{2.3.4B} \left[\left(A + B \frac{y_1}{x_1} \right)^3 - \left(A + B \frac{y_2}{x_2} \right)^3 \right] x_1^4.$$

Man hat ferner,

von $y = \frac{y_2}{x_2} x$ bis $y = ax + b$,

$$\int dy \cdot \tfrac{1}{2} z^2 = \frac{1}{2.3B} \left[(Ax + B(ax + b))^3 - \left(Ax + B \frac{y_2}{x_2} x \right)^3 \right]$$

und von $x = x_1$ bis $x = x_2$,

$$\int dx \int dy \cdot \tfrac{1}{2} z^2 =$$

$$= \frac{1}{2.3.4B}\left[\frac{(Ax_2 + B(ax_2+b))^4 - (Ax_1 + B(ax_1+b))^4}{A + Ba} - \left(A + B\frac{y_2}{x_2}\right)^3 (x_2^4 - x_1^4)\right].$$

Das Moment $S'Z$ des ganzen Körpers ist also

$$\frac{1}{2.3.4B}\left[\frac{(Ax_2 + B(ax_2+b))^4 - (Ax_1 + B(ax_1+b))^4}{A + Ba} - \left(A + B\frac{y_2}{x_2}\right)^3 x_2^4 + \left(A + B\frac{y_1}{x_1}\right)^3 x_1^4\right]$$

$$= \frac{1}{2.3.4B}\left[(z_2^4 - z_1^4)\frac{x_2 - x_1}{z_2 - z_1} - (z_2^3 x_2 - z_1^3 x_1)\right]$$

$$= \frac{1}{2.3.4B} \cdot \frac{(z_2^4 - z_1^4)(x_2 - x_1) - (z_2^3 x_2 - z_1^3 x_1)(z_2 - z_1)}{z_2 - z_1}.$$

Es ist aber

$$(z_2^4 - z_1^4)(x_2 - x_1) - (z_2^3 x_2 - z_1^3 x_1)(z_2 - z_1)$$
$$= - z_1^4 x_2 - z_2^4 x_1 + z_2 z_1^3 x_1 + z_1 z_2^3 x_2$$
$$= z_1 x_2 (z_2^3 - z_1^3) - z_2 x_1 (z_2^3 - z_1^3)$$
$$= (z_2^3 - z_1^3)(z_1 x_2 - z_2 x_1)$$
$$= (z_2 - z_1)(z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2)(z_1 x_2 - z_2 x_1),$$

und folglich

$$S'Z = \frac{z_1 x_2 - z_2 x_1}{2.3.4B}(z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2)$$
$$= \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{2.3.4}(z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2);$$
$$Z = \frac{1}{4} \cdot \frac{z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2}{z_2 + z_1}.$$

114. Es mögen nun x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; x_3, y_3, z_3 die Coordinaten der oberen Eckpuncte eines zu der Ebene der xy senkrechten Prisma seyn, so sind, für neue Achsen, welche durch den Punct x_1, y_1, z_1 mit den alten parallel gelegt werden,

$$x_2 - x_1,\quad y_2 - y_1,\quad z_2 - z_1;$$
$$x_3 - x_1,\quad y_3 - y_1,\quad z_3 - z_1$$

die Coordinaten des durch die neue Ebene der xy von dem Prisma getrennten Körpers, und folglich ist, nach Nro. 111, der Inhalt dieses Körpers

$$S'_2 = \tfrac{1}{2}[(x_3-x_1)(y_2-y_1)-(x_2-x_1)(y_3-y_1)]\,\frac{z_3-z_1+z_2-z_1}{3}$$

oder, wenn man die Grundfläche

$$\tfrac{1}{2}[(x_3-x_1)(y_2-y_1)-(x_2-x_1)(y_3-y_1)]$$

mit D bezeichnet,

$$S'_2 = \frac{D}{3}(z_3+z_2-2z_1).$$

Ferner ist, nach Nro. 112, wenn man die Coordinaten des Schwerpunctes dieses Körpers in Beziehung auf die neuen Achsen mit X', Y', Z', und in Beziehung auf die alten mit X_2, Y_2, Z_2 bezeichnet,

$$X' = \frac{1}{4}\Big[(x_3-x_1)\frac{2(z_3-z_1)+z_2-z_1}{z_3-z_1+z_2-z_1} + (x_2-x_1)\frac{z_3-z_1+2(z_2-z_1)}{z_3-z_1+z_2-z_1}\Big];$$

$$X_2 = X' + x_1$$

$$= \frac{1}{4}\Big[(x_3-x_1)\frac{2(z_3-z_1)+z_2-z_1}{z_3-z_1+z_2-z_1} + (x_2-x_1)\frac{z_3-z_1+2(z_2-z_1)}{z_3-z_1+z_2-z_1} + 4x_1\frac{z_3-z_1+z_2-z_1}{z_3-z_1+z_2-z_1}\Big]$$

$$= \frac{1}{4(z_3-z_1+z_2-z_1)}\times [x_3(z_3-z_1+z_2-z_1)+x_3(z_3-z_1) + x_2(z_3-z_1+z_2-z_1)+x_2(z_2-z_1) + x_1(z_3-z_1+z_2-z_1)]$$

$$= \frac{1}{4(z_3+z_2-2z_1)}[(z_3+z_2-2z_1)(x_3+x_2+x_1) + x_3(z_3-z_1)+x_2(z_2-z_1)],$$

und folglich das Moment

$$S'_2 X_2 = \frac{D}{3.4} [(z_3 + z_2 - 2 z_1)(x_3 + x_2 + x_1) + x_3 (z_3 - z_1) + x_2 (z_2 - z_1)].$$

Nach Nro. 109 ist das Moment des andern Stückes

$$S'_1 X_1 = \frac{D}{3} z_1 (x_3 + x_2 + x_1) = \frac{D}{3.4} [3 z_1 (x_3 + x_2 + x_1) + z_1 (x_3 + x_2 + x_1)];$$

folglich das Moment des ganzen Prisma

$$S' X = S'_2 X_2 + S'_1 X_1 = \frac{D}{3.4} [(z_3 + z_2 + z_1)(x_3 + x_2 + x_1) + x_3 z_3 + x_2 z_2 + x_1 z_1].$$

Da nun der Inhalt des ganzen Prisma

$$S' = S'_2 + S'_1 = \frac{D}{3} (z_3 + z_2 - 2 z_1) + D z_1 = \frac{D}{3} (z_3 + z_2 + z_1)$$

ist, so hat man

$$X = \frac{1}{4} \left[x_3 + x_2 + x_1 + \frac{x_3 z_3 + x_2 z_2 + x_1 z_1}{z_3 + z_2 + z_1} \right].$$

115. Nach Nro. 113 hat man

$$Z' = \frac{1}{4} \cdot \frac{(z_3 - z_1)^2 + (z_3 - z_1)(z_2 - z_1) + (z_2 - z_1)^2}{z_3 - z_1 + z_2 - z_1},$$

und folglich

$$Z_2 = Z' + z_1$$

$$= \frac{1}{4 (z_3 + z_2 - 2 z_1)} [(z_3 - z_1)(z_3 - z_1 + z_2 - z_1) + (z_2 - z_1)(z_2 - z_1) + 4 z_1 (z_3 - z_1 + z_2 - z_1)]$$

$$= \frac{1}{4(z_3 + z_2 - 2z_1)} \times$$
$$[(z_3 - z_1)(z_3 + z_2 + z_1 - 3z_1)$$
$$+ (z_2 - z_1)(z_3 + z_2 + z_1 - 3z_1) - (z_2 - z_1)(z_3 - z_1)$$
$$+ 3z_1(z_3 + z_2 + z_1 - 3z_1)$$
$$+ z_1(z_3 + z_2 + z_1 - 3z_1)]$$

$$= \frac{1}{4(z_3 + z_2 - 2z_1)} [(z_3 + z_2 + z_1)^2 - 2z_1(z_3 + z_2 + z_1)$$
$$- z_3 z_2 + z_3 z_1 + z_2 z_1 - z_1^2 - 3z_1^2]$$

$$= \frac{1}{4(z_3 + z_2 - 2z_1)} [(z_3 + z_2 + z_1)^2 - 6z_1^2$$
$$- z_3 z_2 - z_3 z_1 - z_2 z_1];$$

$$S'_2 Z_2 = \frac{D}{3 \cdot 4} [(z_3 + z_2 + z_1)^2 - 6z_1^2$$
$$- z_3 z_1 - z_3 z_1 - z_2 z_1];$$

$$S'_1 Z_1 = D z_1 \cdot \frac{z_1}{2} = \frac{D}{3 \cdot 4} \cdot 6z_1^2;$$

$$S' Z = S'_2 Z_2 + S'_1 Z_1$$
$$= \frac{D}{3 \cdot 4} [(z_3 + z_2 + z_1)^2$$
$$- (z_3 z_2 + z_3 z_1 + z_2 z_1)];$$

$$Z = \frac{1}{4} \left[z_3 + z_2 + z_1 - \frac{z_3 z_2 + z_3 z_1 + z_2 z_1}{z_3 + z_2 + z_1} \right].$$

116. Man hat also, wenn man die gefundenen Resultate zusammenstellt, für den Inhalt und die Coordinaten des Schwerpunctes eines dreiseitigen, oben schief abgeschnittenen, senkrechten Prisma folgende Ausdrücke:

$$S' = \tfrac{1}{2} [(x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)(y_3 - y_1)] \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3};$$

$$X = \frac{1}{4} \left[x_1 + x_2 + x_3 + \frac{x_1 z_1 + x_2 z_2 + x_3 z_3}{z_1 + z_2 + z_3} \right];$$

$$Y = \frac{1}{4} \left[y_1 + y_2 + y_3 + \frac{y_1 z_1 + y_2 z_2 + y_3 z_3}{z_1 + z_2 + z_3} \right];$$

$$Z = \frac{1}{4} \left[z_1 + z_2 + z_3 - \frac{z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3}{z_1 + z_2 + z_3} \right];$$

oder, wenn man $z_1 + z_2 + z_3 = s$ setzt:

$$S' = \tfrac{1}{2}[(x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)(y_3 - y_1)]\,\frac{s}{3};$$

$$X = \frac{1}{4s}\,[x_1\,(s + z_1) + x_2\,(s + z_2) + x_3\,(s + z_3)];$$

$$Y = \frac{1}{4s}\,[y_1\,(s + z_1) + y_2\,(s + z_2) + y_3\,(s + z_2)];$$

$$Z = \frac{1}{4s}\,[z_1\,(s - z_2) + z_2\,(s - z_3) + z_3\,(s - z_1)].$$

117. Da sich ein von lauter Ebenen begrenzter Körper aus dreiseitigen Pyramiden zusammensetzen läſst, welche ihre Spitzen im Ursprunge der Coordinaten, und die Ecken ihrer Grundflächen in den Ecken des Körpers haben, so reducirt sich die Aufgabe in Nro. 110 auch darauf, den Inhalt und die Coordinaten des Schwerpunctes einer solchen Pyramide zu finden, und hierzu gelangt man sehr leicht durch Anwendung der eben gefundenen Resultate.

Sind nämlich die Ecken der Grundfläche einer solchen Pyramide durch die Coordinaten x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; x_3, y_3, z_3 gegeben, so läſst sich die Pyramide aus folgenden vier Prismen zusammensetzen:

$$\begin{array}{lll} x_1,\ y_1,\ z_1; & x_2,\ y_2,\ z_2; & x_3,\ y_3,\ z_3; \\ 0,\ 0,\ 0; & x_2,\ y_2,\ z_2; & x_1,\ y_1,\ z_1; \\ 0,\ 0,\ 0; & x_1,\ y_1,\ z_1; & x_3,\ y_3,\ z_3; \\ 0,\ 0,\ 0; & x_2,\ y_2,\ z_2; & x_3,\ y_3,\ z_3; \end{array}$$

wobei man sich die Figur so vorstellen kann, daſs das letzte von der Summe der drei vorhergehenden weggenommen werden muſs, um die Pyramide übrig zu lassen. Man hat alsdann für den Inhalt der Pyramide, vermöge der ersten Gleichung in Nro. 116,

$$[(x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)(y_3 - y_1)]\,\frac{z_1 + z_2 + z_3}{2\,.\,3}$$
$$+ (x_1 y_2 - x_2 y_1)\,\frac{z_1 + z_2}{2\,.\,3}$$

$$+ (x_3 y_1 - x_1 y_3) \frac{z_1 + z_3}{2 \cdot 3}$$

$$- (x_3 y_2 - x_2 y_3) \frac{z_2 + z_3}{2 \cdot 3}$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 3} [(x_3 y_2 - x_2 y_3 + x_1 y_3 - x_3 y_1 + x_2 y_1 - x_1 y_2)(z_1 + z_2 + z_3) - (x_2 y_1 - x_1 y_2)(z_1 + z_2) - (x_1 y_3 - x_3 y_1)(z_1 + z_3) - (x_3 y_2 - x_2 y_3)(z_2 + z_3)]$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 3} [(x_3 y_2 - x_2 y_3) z_1 + (x_1 y_3 - x_3 y_1) z_2 + (x_2 y_1 - x_1 y_2) z_3] = S'.$$

118. Für die Summe der Momente in Beziehung auf die Ebene der xy hat man, vermöge der ersten und vierten Gleichung in Nro. 116,

$$\frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} [(x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)(y_3 - y_1)] \times [(z_1 + z_2 + z_3)^2 - (z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3)]$$

$$+ \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} (x_1 y_2 - x_2 y_1) [(z_1 + z_2)^2 - z_1 z_2]$$

$$+ \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} (x_3 y_1 - x_1 y_3) [(z_1 + z_3)^2 - z_1 z_3]$$

$$- \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} (x_3 y_2 - x_2 y_3) [(z_2 + z_3)^2 - z_2 z_3]$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} [(x_3 y_2 - x_2 y_3 + x_1 y_3 - x_3 y_1 + x_2 y_1 - x_1 y_2)(z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3 + z_1^2 + z_2^2 + z_3^2) - (x_2 y_1 - x_1 y_2)(z_1^2 + z_2 z_2 + z_2^2) - (x_1 y_3 - x_3 y_1)(z_1^2 + z_1 z_3 + z_3^2) - (x_3 y_2 - x_2 y_3)(z_2^2 + z_2 z_3 + z_3^2)]$$

$$= \frac{1}{2.3.4}[(x_3y_2 - x_2y_3)(z_1^2 + z_1z_2 + z_1z_3)$$
$$+ (x_1y_3 - x_3y_1)(z_1z_2 + z_2^2 + z_2z_3)$$
$$+ (x_2y_1 - x_1y_2)(z_1z_3 + z_2z_3 + z_3^2)]$$
$$= \frac{z_1 + z_2 + z_3}{2.3.4}[(x_3y_2 - x_2y_3)z_1$$
$$+ (x_1y_3 - x_3y_1)z_2$$
$$+ (x_2y_1 - x_1y_2)z_3] = S'Z;$$

folglich

$$Z = \frac{S'Z}{S'} = \tfrac{1}{4}(z_1 + z_2 + z_3).$$

119. Aus der Form dieses Ausdruckes und der Lage der Pyramide gegen die coordinirten Ebenen geht hervor, daſs man in Z nur x oder y statt z zu setzen braucht, um X oder Y zu erhalten. Man hat demnach für den Inhalt und die Coordinaten des Schwerpunctes einer dreiseitigen Pyramide, wovon sich eine Ecke im Ursprunge der Coordinaten befindet, folgende Ausdrücke:

$$S' = \frac{1}{2.3}[(x_3y_2 - x_2y_3)z_1$$
$$+ (x_1y_3 - x_3y_1)z_2$$
$$+ (x_2y_1 - x_1y_2)z_3];$$
$$X = \tfrac{1}{4}(x_1 + x_2 + x_3);$$
$$Y = \tfrac{1}{4}(y_1 + y_2 + y_3);$$
$$Z = \tfrac{1}{4}(z_1 + z_2 + z_3).$$

120. Die Gleichungen der Geraden, welche durch die Spitze der Pyramide und den in Nro. 101 gefundenen Schwerpunct der Grundfläche geht, sind

$$y = \frac{\frac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_3)}{\frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3)}\,x, \quad z = \frac{\frac{1}{3}(z_1 + z_2 + z_3)}{\frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3)}\,x.$$

Diese Gleichungen werden aber durch die eben gefundenen Coordinaten des Schwerpunctes der Pyramide identisch, folglich liegt derselbe in der von der Spitze nach dem Schwerpuncte der Grundfläche gezogenen Ge-

raden, und zwar, weil sich die Coordinaten dieser Schwerpuncte wie $\frac{1}{4}$ zu $\frac{1}{3}$ verhalten, um $\frac{3}{4}$ dieser Geraden von der Spitze entfernt.

121. Befindet sich die Spitze der Pyramide nicht im Ursprunge der Coordinaten, sondern in dem Puncte x, y, z: so erhält man aus Nro. 119, durch das in Nro. 101 angewandte Verfahren,

$$X = \tfrac{1}{4}(x + x_1 + x_2 + x_3);$$
$$Y = \tfrac{1}{4}(y + y_1 + y_2 + y_3);$$
$$Z = \tfrac{1}{4}(z + z_1 + z_2 + z_3).$$

Es folgt hieraus, vermöge Nro. 75 und 76, daſs der Schwerpunct einer dreiseitigen Pyramide der Mittelpunct von vier gleichen, parallelen Kräften ist, die in den vier Ecken der Pyramide angebracht sind.

Einen ähnlichen Satz enthalten die in Nro. 101 gefundenen Resultate in Beziehung auf das Dreieck.

122. Wenn die in Nro. 106 vorausgesetzten Grenzflächen $z = f(x, y)$, $z = f'(x, y)$ zusammen genommen nur eine Rotationsfläche um die Achse der x bilden, so hat man, weil $y^2 + z^2 = \psi x^2$ die Gleichung derselben ist,

$$z = f(x, y) = \sqrt{(\psi x^2 - y^2)},$$
$$z = f'(x, y) = -\sqrt{(\psi x^2 - y^2)};$$

und folglich, nach Nro. 107,

$$S' = \int dx \int dy \,.\, 2\sqrt{(\psi x^2 - y^2)};$$
$$S'X = \int dx \int dy \,.\, 2x\sqrt{(\psi x^2 - y^2)};$$
$$S'Y = \int dx \int dy \,.\, 2y\sqrt{(\psi x^2 - y^2)};$$
$$S'Z = \int dx \int dy \,.\, 0.$$

Nun ist

$$\int dy \,.\, 2\sqrt{(\psi x^2 - y^2)} =$$
$$y\sqrt{(\psi x^2 - y^2)} + 2\psi x^2 \text{ arc.}\left(\text{tang.} = \sqrt{\frac{\psi x + y}{\psi x - y}}\right) + Fx;$$
$$\int dy \,.\, 2y\sqrt{(\psi x^2 - y^2)} = -\tfrac{2}{3}(\psi x^2 - y^2)^{\frac{3}{2}} + F'x.$$

Sollen sich diese Integrale über den ganzen Körper erstrecken, so müssen sie, weil $y = \pm \psi x$, $z = 0$ die Gleichungen der Durchschnittslinie der Oberfläche des Körpers mit der Ebene der xy sind, von $y = -\psi x$ bis $y = \psi x$ genommen werden, wodurch man

$$\int dy \, . \, 2\sqrt{(\psi x^2 - y^2)} = 2\psi x^2 \left[\text{arc.}(\text{tang.} = \tfrac{1}{0}) - \text{arc.}(\text{tg.} = 0)\right]$$
$$= 2\psi x^2 \left(\frac{\pi}{2} - 0\right)$$
$$= \pi\psi x^2;$$
$$\int dy \, . \, 2y\sqrt{(\psi x^2 - y^2)} = 0 \quad \text{erhält.}$$

Man hat also

$$S' = \pi \int dx \, . \, \psi x^2; \; S'X = \pi \int dx \, . \, x\psi x^2, \; S'Y = 0; \; S'Z = 0.$$

123. Für den von der Rotationsfläche $y^2 + z^2 = \chi x^2$ begrenzten Körper hat man

$$S' = \pi \int dx \, . \, \chi x^2; \quad S'X = \pi \int dx \, . \, x\chi x^2;$$

folglich, für den zwischen beiden Rotationsflächen liegenden Körper

$$S' = \pi \int dx \, . \, \psi x^2 - \pi \int dx \, . \, \chi x^2$$
$$= \pi \int dx (\psi x^2 - \chi x^2);$$
$$S'X = \pi \int dx \, . \, x\psi x^2 - \pi \int dx \, . \, x\chi x^2$$
$$= \pi \int dx \, . \, x(\psi x^2 - \chi x^2).$$

124. Aus der ersten und dritten Gleichung in Nro. 103 folgt

$$2YS = \int dx (\psi x^2 - \chi x^2),$$

folglich hat man auch vermöge der ersten Gleichung in Nro. 123

$$S' = 2\pi YS;$$

eine Gleichung, welche den Satz ausdrückt, daſs der Inhalt S' eines Rotationskörpers erhalten wird, wenn man die mit der Rotationsachse in einer Ebene liegende Erzeugungsfläche S mit dem von ihrem Schwerpuncte zurückgelegten Wege $2\pi Y$ multiplicirt.

125. Für eine Linie, deren Gleichungen $y = \varphi x$, $z = 0$ sind, folgt aus der vorletzten Gleichung in Nro. 85

$$Ys = \int dx \,.\, \varphi x \frac{ds}{dx},$$

und aus Nro. 105 für die durch eine vollständige Rotation dieser Linie erzeugte Fläche

$$S = 2\pi \int dx \,.\, \varphi x \frac{ds}{dx},$$

folglich hat man auch

$$S = 2\pi Ys,$$

und diese Gleichung enthält den Satz, daſs der Inhalt S einer Rotationsfläche gleich ist der mit der Rotationsachse in einer Ebene liegenden Erzeugungslinie s, multiplicirt mit dem Wege $2\pi Y$ ihres Schwerpunctes.

126. Die beiden Sätze Nro. 124 und 125 sind unter dem Namen der *Guldin*'schen Regel bekannt. Ihre unbedingte Anwendung setzt voraus, daſs sich die ganze Erzeugungsfläche oder Erzeugungslinie auf einer Seite der Rotationsachse befinde. Daſs übrigens der Satz in Nro. 125 auch für vielästige Erzeugungscurven gilt, läſst sich auf folgende Art zeigen.

Man denke sich die Curve in solche Stücke $s, s_1, s_2, \ldots$ getheilt, für welche die Richtigkeit des Satzes dargethan ist, so hat man

$$\begin{aligned} S + S_1 + \ldots &= 2\pi Ys + 2\pi Y_1 s_1 + \ldots \\ &= 2\pi (Ys + Y_1 s_1 + \ldots) \\ &= 2\pi \frac{Ys + Y_1 s_1 + \ldots}{s + s_1 + \ldots} (s + s_1 + \ldots). \end{aligned}$$

Da nun $\dfrac{Ys + Y_1 s_1 + \ldots}{s + s_1 + \ldots}$ der Abstand des Schwerpunctes der ganzen Curve $s + s_1 + \ldots$ von der Rotationsachse ist, so drückt die letzte Gleichung den in Rede stehenden Satz in Beziehung auf die ganze Curve aus.

VI.

Einige merkwürdige Regenbögen,

beobachtet von

W. Scoresby.

(Phil. journ. Nro. 4. pag. 235.)

Scoresby beobachtete zu Bridlingon Quay am 12. August 1826 einen sehr merkwürdigen Regenbogen. Die Sonne schien hell, und eine leichte abgesonderte Regenwolke befand sich an der Ostseite der Stadt, und hatte eine Bewegung von Nord nach Süd. In dieser erschien der Haupt- und der Nebenregenbogen vollständig, ihr linker Arm stand auf dem festen Lande auf, und der rechte reichte bis auf die Oberfläche der See. Die Farben erschienen ungemein glänzend. Innerhalb des Hauptregenbogens befanden sich aber nicht weniger als drei, wenn nicht vier überzählige Bögen nahe an einander und in regelmäſsiger Ordnung, allein ihre Intensität war nach der Ordnung immer schwächer, so daſs man den letzten kaum mehr unterscheiden konnte. Die Farben des Hauptregenbogens erschienen in der gewöhnlichen Ordnung von auſsen roth, dann folgte orange, gelb, grün, blau, indigoblau und violett. Unmittelbar auf den violetten Theil folgten die überzähligen Streifen mit verschiedenen Farben, die hauptsächlich aus Grün, Purpurroth oder Violett bestanden. Diese folgten aber nicht in der Ordnung, wie im prismatischen Farbenbilde. Das ganze Phänomen glich einem prachtvollen Thronhimmel mit verticalen Bögen, die von innen heraus angesehen an Deutlichkeit desto mehr abnehmen, je weiter sie entfernt sind.

Ein anderes noch merkwürdigeres Phänomen, wel-

ches derselbe Gelehrte am 3. September 1821 kurz vor Sonnenuntergang zur See in der Nähe der Nordküste von Irland beobachtete, bestand aus zwei schönen Stücken von einem Haupt- und einem Nebenregenbogen, von der Art, wie diejenigen, welche man Regengallen nennt, mit mehreren überzähligen Bogen innerhalb jenen, und zugleich, worin eigentlich die Merkwürdigkeit besteht, ein anderes Farbenbild, das fast vertical von der Basis jedes gewöhnlichen Bogens an der Oberfläche der See aufstieg, und zwei Figuren bildete, die einem griechischen *v* ähnlich waren.

Die Segmente *a* und *b* (Fig. 7) stellen Theile des Haupt- und Nebenregenbogens vor, *e* sind die überschüssigen Bögen, *c* und *d* die zwei verticalen Farbenbilder. *Scoresby* meint, er irre, wenn er diese Spectra verticale nennt, da sie wie Theile eines Kreises erscheinen, wie gewöhnliche Regenbögen; er sagt aber zugleich, da er keine Mittel zur Hand hatte, sich von der genauen Gestalt zu überzeugen, so konnte er weder die Krümmung noch ihre Abweichung von der verticalen Richtung genau ausmitteln.

Die Farben der verticalen Farbenbilder *c* und *d* befolgten dieselbe Ordnung wie in den Regenbögen, mit denen sie verbunden waren, auch hatten sie mit diesen einerlei Lichtstärke, und stimmten mit ihnen in der Breite überein. Zur Zeit, wo dieses Phänomen beobachtet wurde, war die See ungewöhnlich ruhig, kein Wind regte sich, die Atmosphäre voll schwerer Regenwolken mit Ausnahme der Stelle, wo man die Sonne sah, und von verschiedenen Seiten fiel Regen.

Scoresby gibt von diesem merkwürdigen Phänomen folgende Erklärung: Die See war zur Zeit dieser Beobachtung ungemein ruhig, und ihre Oberfläche war glatt wie ein Planspiegel; die Sonne stand sehr niedrig, ihre

Höhe mochte 7° — 8° betragen haben. Unter diesen Umständen konnte eine bedeutende Reflexion der Sonnenstrahlen an der Oberfläche des Meeres Statt finden. Da nach *Newton* $^1/_{13}$ — $^1/_{14}$ der Strahlen, die unter $7^1/_2{}^{\circ}$ von der Luft auf das Wasser auffallen, reflectirt wird, so kann wohl dieses reflectirte Licht hinreichen, um einen Regenbogen zu zeigen, dessen Intensität halb so groſs ist, als die des gewöhnlichen. Nimmt man an, daſs wirklich ein solcher reflectirter Regenbogen erscheint, so muſs er eine andere Lage haben, als der directe, indem die Mittelpuncte beider von einander abstehen müssen. Der reflectirte Bogen muſs gröſser seyn, als ein Halbkreis, und zwar um so viel gröſser, als der directe Bogen kleiner ist, als ein Halbkreis. Der Mittelpunct eines gewöhnlichen Regenbogens liegt so viele Grade unter dem Horizont, als die Sonne ober demselben sich befindet; das Centrum des reflectirten hingegen liegt eben so hoch über dem Horizont, als das des directen unter demselben sich befindet, welches aus der Gleichheit zwischen dem Einfalls- und Reflexionswinkel unmittelbar folgt. Daher muſs auch die im Horizont befindliche Chorde beider Bogen einander gleich seyn, und sie schneiden sich daselbst. Alles dieses fand bei obiger Erscheinung wirklich Statt, und daher kann man die überzähligen Bögen wohl als Stücke eines reflectirten Regenbogens ansehen.

Fig. 8 stellt die Erscheinung dar, wie sie erfolgen muſs, wenn obige Ansicht richtig ist. Sie stimmt mit der beobachteten wirklich überein, nur daſs man die höheren Theile des reflectirten Bogens nicht sah. *Scoresby* sagt, viele Physiker bezweifeln die Wirklichkeit solcher umgekehrter Regenbögen, andere betrachten sie als optische Täuschung. Obiges Factum setzt aber die Sache ganz auſser allen Zweifel.

Der einzige Umstand, welcher dieser Erklärung im

Wege zu stehen scheint, ist, daſs die Anzahl der Strahlen, die vom Wasser reflectirt werden, gegen die der absorbirten sehr gering ist. Jedoch hat man guten Grund, daſs diese Licht-Intensität zur Erzeugung eines sichtbaren Bogens groſs genug sey, indem das Mondlicht hinreichend stark ist, um einen bemerkbaren Regenbogen hervorzubringen, welches doch nach Dr. *Smith* nur etwas mehr als $^1/_{90000}$, und nach *Bouguer* nicht über $^1/_{300000}$ des Sonnenlichtes beträgt.

VII.

Über die Flamme,

von

Libri.

(Memoria sopra la flamma, letta alla società dei georgofili. Firenze, 1827.)

Der Verfasser dieser Abhandlung schickt ihr eine kleine Einleitung voraus, worin er den Nutzen der *Davy*'schen Sicherheitslampe zeigt, hierauf geht er auf die Theorie derselben über, und sagt: Viele Versuche, die *Davy* angestellt hat, um die Ursache der schützenden Wirkung des Drahtgeflechtes zu erklären, brachten ihm die Überzeugung bei, daſs dieses die Leitungsfähigkeit des Drahtes für die Wärme sey; diese begünstiget das schnelle Abflieſsen der Wärme, und bewirkt dadurch die Abkühlung in den Theilen der Flamme innerhalb der Lampe, welche dem Drahte nahe liegen, woher es dann kommt, daſs es dem Gasgemenge auſserhalb der Lampe nicht die zum Verbrennen nöthige Temperatur mittheilen kann. Diese Theorie war bald als strenger

Beweis angesehen, und wiewohl ihr einige Versuche stark im Wege standen, so wurden diese doch von den meisten Physikern nicht in Betrachtung gezogen, weil ihnen das Ansehen des berühmten englischen Chemikers zu sehr imponirte.

Murray bemerkte, daſs nicht bloſs Netze aus gut leitenden Metallen eine Flamme abstumpfen, in die man sie hält, sondern daſs jedes Metallgewebe, es mag die Wärme so wenig leiten als man will, denselben Effect hervorbringt; er dachte darum, es müsse die Entzündung der Gase durch etwas anders gehindert werden, als durch Verminderung der Temperatur. Da er aber sah, eine Metallplatte, so gut sie auch die Wärme leiten mag, verlösche eine sehr nahe Flamme nicht, so glaubte er, daſs in der Gestalt des Metallkörpers und in einer besonderen Beschaffenheit desselben der Grund obiger Wirkung liege, und faſste die Überzeugung, daſs eine Flamme so wie einige andere Flüssigkeiten gleichsam mit einem Häutchen überzogen sey, das sie nicht durch kleine Öffnungen gehen läſst. Jedoch diese Meinung ist schon für sich etwas sonderbar und nicht hinreichend begründet, und wurde überdieſs bald durch eine neue Beobachtung bekämpft, die zugleich der *Davy*'schen und der *Murray*'schen Theorie im Wege steht. *Deuchan* wollte nämlich Knallpulver zum Losschieſsen der Artilleriegeschütze benützen, und sah, daſs die Flamme desselben ungehindert durch zwölf Metallnetze ging, darin einen Weg von nahe drei Fuſs zurücklegte, und das Schieſspulver entzündete. Später fand man auch, daſs nicht bloſs diese Flamme, sondern auch jede andere ein Metallgewebe durchdringen kann.

Unter diesen Umständen halte ich es für nothwendig, eine andere Ursache aufzusuchen, die mit der von *Davy* angegebenen vereint obiges Phänomen erklärt;

denn wiewohl man zugeben muſs, daſs die Leitungsfähigkeit des Netzes etwas dazu beiträgt, so kann man ihr doch nicht die ganze Wirkung zuschreiben.

Als ich untersuchen wollte, ob eine Flamme durch die Gestalt des zum Netze verwendeten Körpers, oder durch seine Natur gehindert wird, durch dieses Netz zu gehen, fand ich zu meinem Erstaunen, daſs weder das eine noch das andere darauf Einfluſs habe; denn als ich einen Metalldraht, den ich als Element eines Netzes ansehe, einer Flamme nahe brachte, bemerkte ich, daſs er an ihr eine kleine Ablenkung hervorbrachte. Dieses fand Statt, der Faden mochte aus was immer für einem Stoffe bestehen, ein guter oder ein schlechter Leiter seyn. Diese Ablenkung wuchs, wenn der Draht an Masse zunahm, oder seine Entfernung von der Flamme kleiner wurde. Wenn man auch nach der *Davy*'schen Ansicht zuläſst, daſs der dem Drahte nahe Theil der Flamme verlischt, weil ihm die Wärme entzogen wird, und so eine scheinbare Ablenkung der Flamme hervorbringt, so zweifle ich doch an ihrer Richtigkeit deſshalb, weil schlecht leitende Körper keine kleinere Ablenkung bewirken, als gute Leiter, und diese Ablenkung mit der Masse des Drahtes wächst, während doch dünne und zarte Körper bei übrigens gleichen Umständen die Wärme am besten ableiten. Um allen Zweifel zu beseitigen, näherte ich der Flamme einen Körper von der Temperatur der umgebenden Luft, erwärmte ihn hierauf stufenweise, bis er sehr heiſs wurde, näherte ihn bei jedem Wärmegrade der Flamme, und bemerkte, daſs in jedem Falle dieselbe Ablenkung Statt fand, wiewohl der heiſse Draht der Flamme kaum einige Wärme entziehen konnte. Selbst als ich zwei Flämmchen einander stark näherte, stieſsen sie sich ab, wiewohl dadurch ihre Temperatur statt vermindert, gesteigert werden muſste.

Diese Beobachtungen erregten in mir den Wunsch, mehr in die Natur der Flamme einzudringen, und ich nahm mir vor, zuerst ihr Äuſseres genau zu untersuchen.

Die Flamme einer Kerze ist in ruhiger Luft immer conisch, an der Spitze etwas dunkel, gegen die Basis hinab aber immer heller und lebhafter, endlich unten durchsichtig und etwas blau. Diesen Lichtkegel umgibt ein weiſsliches schwaches Licht; wird er durch ein Metallnetz abgestumpft, so sieht man ihn von innen mit Rauch erfüllt. Die Eigenthümlichkeit haben die Physiker schon seit Langem erkannt; allein da die Veränderungen in der Farbe und Durchsichtigkeit nicht immer mit freiem Auge so leicht verfolgt werden können, und man auch beim längeren Ansehen in groſser Nähe durch die Lebhaftigkeit des Lichtes dem Auge schadet: so muſste ich auf ein Mittel denken, diese Beobachtungen mit mehr Sicherheit und Bequemlichkeit anstellen zu können. Dieses fand ich darin, daſs ich die Flamme der Sonne aussetzte. Die Stellen, wo ihre Strahlen sie leichter und minder leicht durchdringen, konnte ich von einander leicht an ihrer Projection auf einem weiſsen Papiere erkennen. Da konnte ich auch um den Hauptschatten der Flamme einen anderen minder dunklen bemerken, der eine geringere Ausdehnung hat, und eine cylindrische Gestalt, aus dessen beständiger Bewegung von unten nach oben ich abnahm, daſs er von elastischen Flüssigkeiten herrührt, die in die Höhe steigen, ohne zu verbrennen, und die Flamme umgeben.

Diese Beobachtungen standen mit der Betrachtung der Phänomene der Repulsion in Verbindung; denn nähert man einen Körper dem oberen röthlichen Theil der Flamme, so sieht man, daſs sie wächst, sich verlängert, und die nahen Gegenstände stärker beleuchtet; taucht man einen Metalldraht hinein, so steigt die Flamme, der

Draht aber überzieht sich mit Rufs; wird dieser dem unteren blauen Theile der Flamme genähert, so findet die Repulsion, aber nicht die Erhöhung Statt; taucht man aber in dieser Stelle einen feinen Körper in die Flamme, so wird sich weder jener mit Rufs überziehen, noch diese sich erhöhen; stumpft man endlich die Flamme mit einem Metallnetz an einer tiefen Stelle, nahe am Docht, wo sie blau ist, ab, so sieht man, dafs der innere Raum nicht, wie vorhin gesagt wurde, mit Rauch erfüllt ist, sondern bis zum Mittelpuncte Brennen Statt findet.

Nähert man zwei Kerzenflammen, die sich in einerlei Höhe befinden, so entsteht, sobald sie sich berühren, zwischen ihnen ein neues weifses Licht, welches beide zu einer Flamme verbindet; sind sie einander sehr nahe, so nehmen sie an Volumen und Höhe zu, und verbreiten mehr Licht, als sie aussendeten, so lange sie getrennt waren. Tritt eine in den Raum der anderen ein, so sieht man doch im Innern ihre Grenzen, sie haben aber mehr Höhe und Lichtstärke. Erhöht man eine der beiden Flammen, so dafs die Basis der einen unmittelbar über der Spitze der anderen zu stehen kommt, so weicht die untere merklich von der verticalen Richtung ab, während die obere an Volumen und Lichtstärke ungemein zunimmt; erhöht man diese nach und nach immer mehr, verhält sie aber immer noch in derselben Verticalen mit der anderen, so vermindert sich zuerst die gröfsere Lichtstärke, und fängt dann gar an, schwächer zu werden, als sie für sich war; in der Entfernung von einigen Zollen ist diese beinahe, und wenn sie ursprünglich nicht sehr lebhaft war, gänzlich verschwunden.

Die bisher bekannten Theorien reichen nicht hin, diese Phänomene zu erklären, ich mufste daher ein anderes Prinzip zu ihrer Erklärung suchen. Lange zau-

derte ich, mich für irgend eines auszusprechen, bis ich fand, daſs sich obige Phänomene an andere schon früher von mir beobachtete anschlieſsen, von denen ich hier eine kurze Nachricht geben will.

Bekanntlich ist das Bestreben der Electricität, von einem Körper in einen anderen minder electrischen überzugehen, die Ursache der Anziehung dieser beiden Körper, während das Bestreben zweier gleicher Electricitäten in zwei nahen Körpern, in entgegengesetzten Richtungen überzuflieſsen, die Ursache ihrer gegenseitigen Abstoſsung ist. Dasselbe erfolgt an allen magnetisirten Körpern. Ich wunderte mich, zu sehen, daſs man noch nicht untersucht hat, ob nicht auch der Wärmestoff, der in warmen Körpern angehäuft ist, wie die Electricität und der Magnetismus eine besondere Anziehung und Abstoſsung begründe. Ich habe seit drei Jahren Untersuchungen über diesen Gegenstand angestellt, aber ich konnte, wie es oft geschieht, keinen so vollständigen Inductionsbeweis herstellen, wie ich wollte: doch waren meine Forschungen nicht ganz fruchtlos, denn ich fand, daſs heiſse Körper diejenigen abstoſsen, welche ihnen nahe stehen, und mir scheint, es sey dieses die Ursache der Fortpflanzung der Wärme in Körpern. Ich machte meine Versuche nicht bekannt, weil sie mir zu unvollkommen schienen; dessen ungeachtet zeigte ich sie zu Paris den Herren *Arago*, *Humboldt* und *Fresnel*. Diese beschlossen, sie zu wiederholen und abzuändern; ihr sinnreiches Verfahren und ihre ausgewählten Apparate zeigten ihnen dasselbe, was ich ohne Instrumente entdeckt habe; ihre Beobachtungen würden die beste Bestätigung der meinigen seyn, hätten sie nicht Instrumente gewählt, worauf vielleicht die Electricität und der Magnetismus Einfluſs nahmen; da konnten sie aber nicht mit Bestimmtheit beurtheilen, was die Ursache

der von ihnen beobachteten Bewegungen sey. *Fresnel's* Versuche, und einige der meinigen, sind in den *Annales de Chimie et de Physique* enthalten, ich übergehe sie daher hier.

Da es nun ausgemacht (?) ist, daſs warme Körper jene, die sich ihnen nähern, abstoſsen, so müssen auch letztere abgestoſsen werden; die Abstoſsung äuſsert sich aber bald in diesem, bald in jenem, je nachdem ihre Beweglichkeit beschaffen ist.

Ich habe dieses an festen und tropfbar flüssigen Körpern wahr befunden, habe aber mit luftförmigen noch keine Versuche gemacht, aber obige Erfahrungen über die Flamme zeigen sich auch an diesen; und während sich diese Phänomene daraus vollkommen erklären lassen, wird dadurch zugleich die Allgemeinheit der Abstoſsung warmer Körper bewiesen. Da die Flamme nur ein sehr bewegliches und sehr heiſses Gemenge von verbrennenden ausdehnsamen Flüssigkeiten ist, so wird ein Körper, den man ihr am oberen Theile nähert, abgestoſsen, aber durch Rückwirkung selbst zurückgetrieben und genöthiget, jene Ablenkung zu zeigen, von der oben die Rede ist; allein durch diese Beugung wird die Capacität des Lichtkegels vermindert, der in ihm befindliche Rauch hat nicht mehr Platz in ihm, er hebt sich, und nöthiget die Flamme, sich zu verlängern. Dasselbe findet Statt, wenn man einen kleinen Körper in die Flamme eintaucht; dieser überzieht sich mit den halb verbrannten Theilen des inneren abgekühlten Rauches; wird er aber der Flamme von unten genähert oder darein getaucht, so verlängert diese sich nicht, und jener schwärzt sich nicht, weil die blaue Flamme auch inwendig fortbrennt, und es daher an Rauch fehlt, der letzteres Phänomen erzeugen könnte.

Wenn sich zwei Flammen einander sehr nahe kom-

men, so verursachet die davon herrührende Temperaturerhöhung die Entzündung des Gases, das die Flamme umgibt, ohne zu brennen, und daher kommt die Verstärkung des Lichtes, die ich vorhin beschrieben habe; allein, wiewohl es da auf den ersten Blick wegen dieses neuen Glanzes scheint, als hätten sich die zwei Flammen von selbst genähert, so wird man doch bei aufmerksamer Betrachtung ihrer Umrisse sehen, die man an dem dunkleren Lichte erkennt, daſs sie sich gegenseitig abgestoſsen haben, und von dieser Abstoſsung rührt die Verlängerung derselben her. Steht die Basis der einen über der Spitze der anderen, so zeigt sich die Abstossung ohne Licht dazwischen, vielleicht deſshalb, weil durch die Kleinheit der brennenden auf einander einwirkenden Oberflächen die Temperatur nicht hinreichend gesteigert worden ist; aber die Gase, die sich in der unteren Flamme entwickeln, begegnen den oberen in sehr heiſsem Zustande, entzünden sich da, und bringen die Volumenvergröſserung hervor, von der oben die Rede war. Erhöht man die untere Flamme successiv, so hat sich jenes Gas auf dem längeren zurückgelegten Wege schon mehr abgekühlt, und brennt nun nicht so leicht; ist es endlich ganz abgekühlt, so nährt es die Flamme nicht mehr, umgibt sie nur, und hindert den Zutritt der äuſseren Luft.

Übrigens ist die Flamme nicht so transparent, als einige Physiker geglaubt haben; sie ist es weniger als Glas und andere Körper. Der Schatten, den eine von Sonnenstrahlen beschienene Flamme in dem vorhin beschriebenen Versuche wirft, und der am Rande dunkler als in der Mitte ist, zeigt deutlich, daſs er nicht vom inneren Rauche, sondern vom brennenden Gas herkommt. Darnach könnte man an der Vorrichtung mit den polyzonalen Linsen vortheilhafte Veränderungen treffen, wel-

che die Herren *Arago* und *Fresnel* bei Leuchtthürmen anwendeten, und wo das Licht durch viele brennende Schichten gehen mufs, bevor es in die Atmosphäre gelangt; wiewohl der da Statt findende Lichtglanz so grofs und bewunderungswürdig ist, dafs man diesen kleinen Lichtverlust, den die unvollkommene Durchsichtigkeit der Flamme erzeugt, leicht übersehen kann; überdiefs haben mich neue Erfahrungen gelehrt, dafs das Licht, ähnlich der Wärme und der Electricität, nachdem es eine gewisse Verminderung bei seinem Durchgange durch Körper erlitten hat, kaum mehr etwas vermindert wird, wenn es durch einen zweiten oder dritten ähnlichen Körper geht. Jedoch behalte ich mir vor, über diese Eigenschaft durchsichtiger Körper zu einer anderen Zeit zu sprechen.

Von den hier aus einander gesetzten Grundsätzen deducirt man die Theorie der Sicherheitslampe: denn da jeder Draht nach Verhältnifs seines Durchmessers und seiner Natur eine beständige Abstofsung auf die Flamme ausübt, so ist es klar, dafs zwischen zwei einander parallelen Drähten, deren Entfernung den doppelten Halbmesser der Abstofsungs-Sphäre nicht übertrifft, keine Flamme bestehen kann, wenn der Abstofsung nicht eine stärkere Kraft entgegenwirkt; kommen nun mehrere neue Drähte dazu, so bildet sich ein für die Flamme undurchdringliches Gewebe, aufser es treten wieder obige Umstände ein. Die Leitungsfähigkeit der Metalldrähte unterstützt diese Repulsion bedeutend.

Die bis jetzt beschriebenen Thatsachen und die Theorie, die ich darüber aufstellte, brachten mich auf den Gedanken, die Sicherheitslampe etwas abzuändern. Ihr Zweck ist, die Arbeiter zu sichern, und die nahen Gegenstände zu beleuchten. *Davy's* Einrichtung entspricht

dem ersten Zwecke vollkommen, ist aber dem zweiten wegen des dichten Metallgewebes nicht günstig.

Nach meiner Meinung ist es zur Verhütung einer Detonation nicht nöthig, dafs sich die Drähte durchkreuzen, es ist hinreichend, wenn sie einander parallel und nahe genug sind, und bedürfen nur weniger Querdrähte zur Befestigung von jenen. Daher entspricht die Construction, welche in Fig. 9 abgebildet ist, dem Zwecke vollkommen. Zur gröfseren Vervollkommnung dieser Vorrichtung wären viele Versuche nöthig, um die comparative Gröfse der Repulsions-Sphäre zu bestimmen, und die Bedingungen anzugeben, welche zur Erzielung der gröfsten Wirkung nöthig sind. Bis jetzt konnte ich diese Versuche nicht anstellen, und kann daher nichts Bestimmtes über diesen Gegenstand sagen, glaube aber, dafs man in Ermangelung einer sichereren Regel obige Einrichtung wählen, und feine Drähte anwenden soll, damit sich das Licht rings herum gleichförmig wegen der an den feinen Spalten erlittenen Beugung nach aufsen verbreite.

Ich übergehe hier die geometrischen Untersuchungen, die ich anstellte, um die Gestalt des Geflechtes zu finden, darin möglichst viel Licht durch dasselbe gehen kann, weil mich dieses zu weit führen würde; ich sage nur, dafs die sphärische Form der Beobachtung und Rechnung nach zur Erzeugung des gröfstmöglichsten Effectes am tauglichsten ist. Ich bin zufrieden, wenn die hier beschriebenen Phänomene und ihre Anwendung den Physikern einigermafsen wichtig erscheinen; ich betrachte die gegebene Erklärung nur als ein Mittel, die Thatsachen mit einander in Verbindung zu bringen, und bin stets bereit, sie zu verwerfen, wenn vollkommenere Beobachtungen mir dieses als nothwendig zeigen. Nach meiner Ansicht sind physikalische Doctrinen immer nur

das Resultat des Vergleiches mehrerer Phänomene unter einander, und werden oft durch neue Beobachtungen modificirt, und oft ganz als nichtig erkannt.

VIII.

Untersuchungen über die specifische Wärme der Gase,

von

La Rive und *Marcet.*

(Vorgelesen in der Societät für Physik und Naturgeschichte zu Genf, am 19. April 1827, und ausgezogen aus den *Annal. de Chim. et de Phys.* Mai, 1827.)

Die Verfasser dieses interessanten Aufsatzes haben schon früher, nämlich im Jahre 1823, Untersuchungen über die Wärme angestellt, und da vorzüglich die Änderung der Temperatur berücksichtiget, welche bei der Volumenänderung eines Gases erfolgt. Sie wollten diese Arbeit von Neuem wieder vornehmen, bemerkten aber bald, daſs bei diesem Phänomene die Capacität der Gase für die Wärme eine groſse Rolle spiele. Ihre neuen Versuche hatten nun die Ausmittelung dieser Gröſse zum Zweck. In ihrem Mémoire schicken sie eine historische Notiz der Arbeiten ihrer Vorgänger voraus, und führen bei jeder derselben ihre Bemerkungen an; vorzüglich wird das Verfahren von *La Roche* und *Berard*, und das von *Haycraft* genau beurtheilt. Die ersteren leiteten bekanntlich einen Strom erwärmten Gases durch ein mit Wasser gefülltes Calorimeter, lieſsen ihm die Wärme an das Wasser abgeben, und beurtheilten die dadurch dem Wasser zu Theil gewordene Erwärmung, so daſs

dieses eigentlich nur die für Gasarten adaptirte Mischungsmethode ist. Dagegen wenden nun *La Rive* und *Marcet* Folgendes ein:

1. Die Erwärmung des Wassers hängt hier nicht bloſs von der Wärme ab, die das Gas beim *Abkühlen* von sich gibt, sondern auch von der, welche beim *Zusammenzichen* desselben frei wird.
2. Die Gase geben nicht gleich schnell ihre Wärme an das Wasser ab, wie sich aus *Petit* und *Dulong's* Versuchen ergibt; darum muſste die Luft, deren Wärmeleitungsfähigkeit gröſser ist, wie z. B. die des Hydrogengases, das Wasser mehr erwärmen, als andere Gasarten.
3. Die Temperatur der Gase beim Eintritt in das Calorimeter konnte nicht genau bestimmt werden, weil das Thermometer auch von den Wärmestrahlen der Umgebung afficirt wird, und das Correctionsmittel, das wegen dieses Umstandes von *La Roche* und *Berard* angewendet ward, ohne Beweis seiner Richtigkeit angewendet wurde.
4. Die Gase waren nicht von Wasserdünsten frei, wie schon *Haycraft* bemerkt hatte.
5. Es befanden sich nicht alle Gase unter ähnlichen Umständen, als damit die Versuche angestellt wurden, auch wurden manche Einflüsse nach Proportionen in Rechnung gebracht, die vielleicht nicht immer zuläſsig sind. So z. B. war der Strom bei Gasen von verschiedener Dichte nicht vollkommen gleichförmig, es herrschte ein verschiedener Luftdruck bei verschiedenen Versuchen, die Leitungsröhre übte eine verschiedene Wirkung auf das Calorimeter aus, etc.

Um alle diese Fehler zu vermeiden, wendeten die Verfasser ein Verfahren an, das im Allgemeinen darin

besteht, dafs man gleiche Volumina verschiedener Gase einer bestimmten Temperatur aussetzte, und aus der Vermehrung ihrer Elasticität, die ihnen in derselben Zeit zu Theil geworden war, auf ihre Temperatur einen Schlufs machte. Der Apparat, mittelst welchem dieses bewerkstelliget wurde, bestand aus einer heberförmig gekrümmten Röhre von Glas (Fig. 10), die am kürzeren Schenkel den Ballon *A* hält, in welchem sich das Gas befindet. Zwei eiserne Hähne *B* und *C* machen, dafs man den Ballon von der Röhre trennen kann, ohne dafs dabei weder in jene noch in diesen atmosphärische Luft eindringen kann. Sie stehen sehr nahe an einander, damit das zwischen ihnen enthaltene Luftvolumen möglichst klein sey. Der verticale, 15 Centim. lange Arm *DE* der Röhre mündet sich in ein mit trockenem Quecksilber gefülltes Gefäfs *F*, und hat eine in Millimeter getheilte Scale mit einem Nonius, der $^1/_{10}$ Mill. angibt.

Vor jedem Versuche wurde der Ballon und die Röhre mit dem Gas angefüllt, das man untersuchen wollte. Zu diesem Ende trieb man einen Gasstrom durch die Röhre, um durch ihn die schon darin befindliche Luft zu vertreiben. Nachdem dieses geschehen, trug man Sorge, dafs das Gas in der Röhre eine geringere Spannkraft hatte, als in der Atmosphäre, damit durch den Druck der letzteren eine Quecksilbersäule von 8 — 10 Centim. in die Röhre getrieben wurde. Um den Ballon mit dem Gas zu füllen, schraubte man ihn auf eine gute Luftpumpe, verdünnte die Luft, liefs dann das Gas eindringen, verdünnte es neuerdings, und liefs wieder neues Gas zu, damit es zuletzt von atmosphärischer Luft möglichst frei war; auch dieses Gas suchte man bei einem Druck zu erhalten, welcher geringer als der atmosphärische war. War dieses geschehen, so wurde der Ballon an die Röhre geschraubt, beide Hähne geöffnet, und so

das Gleichgewicht mit der Atmosphäre hergestellt, zu dessen Erlangung eine Quecksilbersäule in die Röhre aufstieg, und sich daselbst erhielt. Die Differenz zwischen dem Barometerstande und dem dieser Quecksilbersäule gab die Spannkraft der inneren Luft an, die immer constant, und einer Säule von 65 Centim. entsprechend, erhalten wurde.

Wurde nun die Temperatur des Gases auch nur wenig geändert, so mufste die Quecksilbersäule länger oder kürzer werden, und man konnte nach dem bekannten Gesetze aus dieser Änderung die Temperatur des Gases berechnen. Heifst der äufsere Luftdruck p, die Temperatur, bei der beobachtet wird, t, die Höhe der Quecksilbersäule bei dieser Temperatur a, die bei der zu suchenden Temperatur a', ferner l die Gröfse eines Centesimalgrades bei gegebenem Druck, n die Anzahl derselben, die der Gröfse $a - a'$ entspricht, so hat man:

$$l = \frac{(p - a) \cdot 0{,}00375}{1 + 0{,}00375\, t}, \quad n = \frac{(a - a')(1 + 0{,}00375\, t)}{(p - a)(0{,}00375)}.$$

Bei obiger Einrichtung war $l = 2{,}5$ Min., und man konnte demnach leicht $^1/_{25}{}^\circ$ C. wahrnehmen. Um die im Ballon enthaltene Luft zu erwärmen, schlugen die Verfasser zwei verschiedene Wege ein. Der erste bestand darin, dafs sie den Ballon mit Gas in ein hölzernes kleines Gefäfs mit dicken Wänden stellten, das Wasser von 10° C. enthielt. Wenn das Gas diese Temperatur angenommen hatte, welches man aus der constanten Länge der Quecksilbersäule erkannte, wurde auf ein gegebenes Zeichen das hölzerne Gefäfs in ein anderes gröfseres, in dem sich Wasser von einer solchen Temperatur befand, dafs dieses mit dem vorigen von 10° C. ein Gemenge von 30° C. erzeugte, gesetzt. Hier verblieb der Ballon genau 4″; nach Verlauf dieser Zeit, innerhalb welcher sich aber das Gas nicht mit dem Wasser in das

Gleichgewicht der Wärme setzen konnte, wurde die Temperatur des Gases aus dem Stande der Quecksilbersäule in der Röhre entnommen. Dieses konnte leicht geschehen, man brauchte nur auf ein gegebenes Zeichen den Hahn zu schliefsen, der die Communication zwischen dem Ballon und der Röhre herstellte, und dann die Höhe der Quecksilbersäule zu beobachten. Um dem Fehler zu entgehen, der aus der Ungleichheit der Temperatur des Gemenges bei den verschiedenen Versuchen entstehen konnte, liefs man das Gas absichtlich die Temperatur des Wassers ganz annehmen, und verglich dann die Depression der Quecksilbersäule nach Verlauf der vierten Secunde mit der, welche Statt fand, wenn das Gleichgewicht der Wärme vollkommen hergestellt war.

Versuche der Art gaben für verschiedene Gase sehr verschiedene Erwärmungen. Setzte man die Temperatur des Gases, wenn es die des Wassers angenommen hatte, gleich 1, so erhielt man folgende Temperatur-Erhöhungen innerhalb 4'' für die nebenstehenden Gase, in Theilen dieser Einheit ausgedrückt:

Wasserstoffgas	0,85,
atmosphärische Luft . .	0,83,
Sauerstoffgas	0,80,
kohlensaures Gas	0,77,
ölbildendes Gas	0,75,
Stickstoffprotoxydgas . .	0,73.

Die Verfasser verglichen diese Zahlen mit denen, welche *Dulong* und *Petit* für die Erkaltungsgeschwindigkeiten eines Körpers in denselben Gasen fanden, und bemerkten eine so grofse Analogie zwischen ihnen, dafs sie auf den Gedanken kamen, es dürfte vielleicht auch die Verschiedenheit dieser Gröfsen mehr von einer Verschiedenheit des Leitungsvermögens dieser Gase, als von einer Verschiedenheit ihrer specifischen Wärme ab-

hängen. Ihr Verdacht wurde vollkommen gerechtfertiget durch Versuche, wie die vorhergehenden, bei denen aber das Gemenge aus kälterem und wärmerem Wasser statt der Temperatur von 30° nur 20° hatte, und wo gröſsere Gasvolumen angewendet wurden. Da fanden sie Zahlen, die mit obigen in keinem Verhältnisse standen. Es muſste daher ein anderes Verfahren in der Erwärmung der Gase angewendet werden, um dem Einflusse der verschiedenen Leitungsfähigkeit ganz zu entgehen, und dieses bestand in Folgendem:

Der Ballon mit Gas befand sich in der Mitte einer dünnen, inwendig geschwärzten, kupfernen Kugel *GHK*, die 18 Cent. im Durchmesser hielt. Man verdünnte im kupfernen Ballon die Luft, bis die Barometerprobe nur auf 3 Mill. stand, und tauchte dann den Apparat in das wärmere Wasser. Da konnte sich die Wärme der Luft nur mittelst des geschwärzten Kupfers mittheilen, welches natürlich sehr langsam vor sich ging, und daher dem Zwecke der Versuche günstig war. Natürlich muſste man da auch die Zeit der Erwärmung etwas verlängern. Man wählte dazu fünf Minuten. Das Einzelne jedes Versuches bestand nun darin: Man stellte die kupferne Kugel in Wasser von der Temperatur 20° C., und wartete den stationären Stand der Quecksilbersäule in der Glasröhre ab, um versichert zu seyn, daſs das Gas auch diese Temperatur angenommen habe. Hierauf erkältete man das Gas um ein Weniges mittelst eines kalten Wasserbades, damit so die Quecksilbersäule sich um einige Millimeter verlängerte. Sobald dieses der Fall war, stellte man den Ballon schnell in Wasser von 30° Wärme, wartete den Augenblick ab, wo der Stand der Quecksilbersäule anzeigte, das Gas habe die Temperatur von 20°, und fing an in dem Augenblicke, wo dieses Statt fand, die Zeit an einem guten Chronometer zu beobachten. Nach

Verlauf von fünf Minuten schlofs man mittelst des Hahnes die Luft im Ballon von der in der Röhre ab, und beobachtete die Länge der Quecksilbersäule. War dieses geschehen, so öffnete man den Hahn von Neuem, und beobachtete den Stand des Quecksilbers, wenn die Temperatur des Gases stationär geworden war.

Stets wurden grofse Wassermassen gebraucht, um den Einflufs der Erkältung desselben möglichst klein zu machen. Da er sich aber beim wärmeren Wasser nicht ganz aufheben liefs, so begann man den Versuch, wenn das Wasser eine Temperatur von etwas mehr als 30° hatte, und von der man wufste, dafs sie nach fünf Minuten eben so tief unter 30° stehen werde, als sie beim Anfange über 30° war. Dieses war mit 30°,2 der Fall, die sich innerhalb fünf Minuten stets auf 29°,8 verminderten. Überdiefs wurde das Wasser in beständiger Bewegung erhalten, um seine Temperatur möglichst gleichförmig zu haben. Man sieht hieraus, dafs die Verfasser den von der verschiedenen Leitungsfähigkeit der Gase herrührenden Fehler dadurch zu vermeiden suchten, dafs sie bei einer geringeren Temperaturdifferenz (20° statt 30°) nur mit geringen Gasmengen arbeiteten, und unter Umständen, wo die Erwärmung ohne Vergleich langsamer vor sich ging, als bei den ersteren Versuchen. Die geringe Gasmenge, mit welcher die Versuche gemacht wurden, hinderten aber doch nicht, eine Temperaturänderung von $^1/_{25}$° wahrzunehmen.

Die Gase, mit denen die Versuche angestellt wurden, waren 14 an der Zahl, nämlich: atmosphärische Luft, Sauerstoffgas, Stickgas, Wasserstoffgas, Kohlensäuregas, öhlbildendes Gas, Kohlenoxydgas, oxydirtes Stickgas, Salpetergas, Schwefelwasserstoffgas, Ammoniakgas, schwefeligsaures, salzsaures Gas und Blausäuregas. Alle Gase wurden auf die Weise bereitet, wie

dieses *Dulong* in seinem Memoire über das Brechungsvermögen der Gase angibt *), und mittelst geschmolzenem salzsauren Kalk gut ausgetrocknet. Mit jedem Gas wurde der Versuch mehrmals wiederholt. Das Resultat war, daſs bei allen Gasarten in fünf Minuten die Quecksilbersäule in der Glasröhre um 14,3 Mill. bis 14,4 Mill. fiel, und zwar fand man bei demselben Gase bald diese, bald jene Gröſse. Der Druck, dem die Gase bei 20° Wärme beständig ausgesetzt waren, betrug 65 Centimeter, bei 30° Wärme muſste demnach die Quecksilbersäule auf 22,7 Mill. herabsinken, welches auch die Erfahrung wirklich zeigte. Die Abnahme der Quecksilbersäule um 14,3 Mill. entsprach 6°,30, die um 14,4 Mill. der Temperatur von 6°,34. Sieht man das Mittel aus beiden Zahlen als das der Wahrheit am meisten entsprechende an, so erwärmt sich die Luft in fünf Minuten unter den gegebenen Umständen um 6°,32. Nur das Wasserstoffgas erwärmte sich immer etwas mehr als die anderen Gase, und zwar um 6°,60. Hieran dürfte wohl mehr das viel gröſsere Leitungsvermögen dieser Gasart, als ein Unterschied in der specifischen Wärme Ursache seyn. Die Verfasser begnügten sich nicht, dieſs Gesetz der specifischen Wärme der Gase bloſs aus ihrer Erwärmung innerhalb fünf Minuten zu untersuchen, sondern sie machten auch Experimente über die Erwärmung derselben innerhalb zwei und vier Minuten. Innerhalb zwei Minuten betrug die Erwärmung unter denselben Umständen bei allen Gasen 3°,5, innerhalb vier Minuten hingegen 5°,5. Die Abweichungen von diesen Zahlen betrugen bei den einzelnen Versuchen nicht mehr als 0°,08, und höchstens 0°,12.

---

*) Dieses Memoire ist im Auszuge im I. Bde. S. 159 dieser Zeitschrift enthalten.

Aus diesen Versuchen schöpfen *La Rive* und *Marcet* das Resultat, daſs *alle Gase unter demselben Druck und unter demselben Volumen dieselbe specifische Wärme haben, ihre Temperatur mag wie immer beschaffen seyn* *).

Um dieselben Versuche bei verschiedenem Drucke machen zu können, verwechselten sie an ihrem vorhin beschriebenen Apparate die Glasröhre mit einer anderen, wo der absteigende Arm 70 Centim. lang war, da-

---

*) Sie setzen noch eigens dazu, man solle sich erinnern, daſs bei den Versuchen die Volumina constant bleiben, wie auch die Temperatur beschaffen seyn mag, und daſs sich nur die Elasticität *(force élastique)* ändere.

Dieses wird man ihnen wohl nicht völlig zugeben können, denn es änderte sich bei ihren Versuchen nicht bloſs die Elasticität, sondern auch das Volumen der Gase. Man denke sich eine Thermometerkugel mit der dazu gehörigen, aber offenen Röhre, wovon erstere mit irgend einem Gas, letztere mit Quecksilber angefüllt ist, und sich in horizontaler Lage befindet, so daſs das Gas unter dem ganzen Luftdrucke steht. Erwärmt man die Kugel, so tritt ein Theil des Gases in die Röhre, und vertreibt daraus das Quecksilber, steht aber dabei noch immer unter dem vollen Luftdrucke. Wäre die Kugel luftdicht geschlossen, so würde die Erwärmung nur eine Änderung in der Elasticität des Gases, nicht aber im Volumen hervorbringen, wenn man von der geringen Vergröſserung im Volumen der Kugel absieht. In obigen Versuchen finden beide Änderungen zugleich Statt, jedoch letztere in vorzüglichem Grade, indem den Raum, welchen das Quecksilber verläſst, wenn die Säule kürzer wird, die Luft einnimmt, und zugleich mit der Verkürzung dieser Säule der Theil des Luftdruckes, welcher auf das Gas wirkt, gröſser wird. Nur wenn die Röhre im Verhältnisse zum Durchmesser des Ballons sehr eng ist, wird man mit *einiger* Sicherheit die Änderung des Volumens vernachläſsigen können. Die Weite der Röhre finde ich aber nirgends angegeben. *B.*

her eine längere Quecksilbersäule fassen konnte. Versuche mit verdünnten Gasarten zeigten, daſs sich die specifische Wärme derselben vermindert, wenn der Druck kleiner wird; jedoch beträgt diese Verminderung bei einer bedeutenden Verkleinerung des Druckes nur wenig, und beide Änderungen stehen übrigens in keinem erkennbaren Verhältnisse. Die Erfahrung lehrte nämlich, daſs sich die atmosphärische Luft

unter einem Druck v. 65 Centim. in 5 M. um 6°,30 erwärmt.
» » » » 59 » » » 6°,55 »
» » » » 48,7 » » » 6°,90 »
» » » » 37 » » » 7°,01 »
» » » » 25,8 » » » 7°,30 »

Wasserstoffgas, öhlbildendes Gas und Kohlensäuregas gaben ganz analoge Resultate. Merkwürdig ist es, daſs verdünntes Wasserstoffgas sich eben so erwärmte, wie die anderen Gasarten, während es doch im Zustande seiner natürlichen Dichte stets den anderen Gasarten etwas voreilte. Dieses zeigt deutlich, daſs diese Abweichung von der gröſseren Leitungsfähigkeit dieses Gases herrühre, denn nach *Dulong* und *Petit* vermindert sich auch die Leitungsfähigkeit eines Gases, wenn es verdünnt wird.

Um Versuche mit verdichteten Gasen anstellen zu können, wurde die obige Glasröhre mit der in Fig. 11 abgebildeten verwechselt. Man verstärkte den Druck bis 80 — 90 Centimeter, fand aber das obige Resultat auch hier bestätiget, daſs die Capacität der Gase mit ihrer Dichte zunimmt, jedoch in einem kleineren Verhältnisse, als das der Quadratwurzel der drückenden Kräfte ist.

Die gesammten Resultate dieser Untersuchung sind demnach folgende:

1. Unter demselben Druck, und bei gleichem und constantem (?) Rauminhalte haben alle Gase einerlei specifische Wärme.
2. Die specifische Wärme nimmt bei übrigens gleichen Umständen ab, wenn der Druck abnimmt, und zwar bei allen Gasarten auf gleiche Weise, nach einer sehr wenig convergirenden Progression und in einem kleineren Verhältnisse, als das der drückenden Kräfte ist.
3. Verschiedene Gase haben auch ein verschiedenes Wärmeleitungsvermögen.

IX.
Über eine besondere Eigenschaft metallischer Leiter der Electricität,

von

L a R i v e.

(*Bibl. univ. Juin* 1827, im Auszuge.)

La Rive hat folgende merkwürdige Eigenschaft eines Polardrahtes entdeckt: Wenn man zwei Platindrähte von den Polen einer *Volta*'schen Säule in eine Salmiakauflösung oder eine andere Flüssigkeit leitet, welche durch den electrischen Strom zersetzt wird, und die Zersetzung einige Zeit vor sich gehen läſst, hierauf die beiden Drähte aus der Flüssigkeit nimmt, und die vorher mit den Polen der Säule verbundenen Enden derselben mit einem Multiplicator in Verbindung setzt, die anderen aber in eine leitende Flüssigkeit reichen läſst; so zeigt sich deutlich durch die Ablenkung der Magnetnadel die Anwesenheit eines electrischen Stromes, wie-

wohl die letztere Flüssigkeit für sich denselben nicht erregen kann. Die Richtung dieses Stromes ist derjenigen gerade entgegengesetzt, welche in den Drähten Statt fand, so lange sie mit der Säule in Verbindung standen. Man braucht gerade nicht die Theile des Drahtes in die Flüssigkeit zu tauchen, an denen früher die Zersetzung Statt fand, um dieses Phänomen wahrzunehmen; man kann diese Theile wegschneiden, und die aufser der zu zersetzenden Flüssigkeit befindlichen eintauchen, zum Beweise, dafs dieses Phänomen nicht von einer chemischen Wirkung der Flüssigkeit auf die etwa anhängenden Salztheilchen herrührt. Selbst wenn man nur einen der beiden Drähte mit dem Multiplicator verbindet, in den flüssigen Leiter taucht, und statt des zweiten Drahtes das andere Ende des Multiplicators selbst in die Flüssigkeit reichen läfst, zeigt sich dieses Phänomen, jedoch in einem schwächeren Grade.

Nach *La Rive's* Erfahrungen hängt diese Eigenschaft des Polardrahtes von der Zeit, während welcher die chemische Zersetzung dauert, und von der Natur des Leiters ab. Den Einflufs des ersteren Umstandes zeigen folgende Resultate. Waren die Drähte dem electrischen Strome ausgesetzt durch

1 Min., so erfolgte eine Ablenk. d. Magnetnad. um 60°.
2 » » » » » » » » 65°.
3 » » » » » » » » 70°.
4 » » » » » » » » 75—80°.
5 » » » » » » » » 85°.

Wenn die Flüssigkeiten, in welche die mit den Polen der thätigen *Volta*'schen Säule oder mit dem Multiplicator verbundenen Drähte reichten, nicht zersetzbar waren, erfolgte keine Wirkung der Art, beide Flüssigkeiten müssen zersetzbar seyn, wenn sie eintreten soll, jedoch wächst die Wirkung mit der Leitungsfähigkeit

der Flüssigkeit. Drähte, die 15 M. in reines Wasser reichten und von der Electricität durchströmt waren, brachten hierauf am Multiplicator nur eine Ablenkung von 10° hervor, bei einer schwachen Salmiaklösung betrug diese 40° — 45°, mit einer stärkeren 60°, wiewohl der electrische Strom nur 1 M. lang durch den Draht ging, und endlich 65° — 70° nach 2 M. Mit einer sehr concentrirten Lösung dieses Salzes oder mit reiner Schwefelsäure gaben Drähte, die nur 1 M. dem electrischen Strome ausgesetzt waren, schon eine Ablenkung von 90°, und nach 2 M. eine von 180°. Übrigens kann man den Leitungsdraht waschen und reiben, ohne ihm diese Eigenschaft ganz zu benehmen, sie wird dadurch nur geschwächt. Je dicker ein Draht ist, und an je mehreren Puncten ihn die Flüssigkeit berührt, desto stärker ist der electrische Strom, den er am Multiplicator offenbaret. Drei abwechselnd mit flüssigen Leitern getrennte Platinbleche geben schon, wenn sie einige Augenblicke dem electrischen Strome ausgesetzt waren, eine constante Ablenkung der Magnetnadel von 20° und mehr. Merkwürdig ist es, daſs diese Wirkung der Bleche nicht geschwächt wird, wenn man die Flüssigkeit, die sich während des Durchganges des electrischen Stromes zwischen den Blechen befand, wegnimmt, und sie durch eine neue ersetzt. Dieses beweiset, daſs die Eigenschaft der Polardrähte nicht von einer Wirkung der Flüssigkeit auf sie abhängt. Übrigens bemerkt man an einem solchen Drahte nicht die mindeste electrische Spannung.

La Rive versuchte es auch, eine Theorie dieser merkwürdigen Erscheinung zu geben. Dieser liegt die Ansicht zum Grunde, daſs der electrische Strom nichts anderes sey, als eine schnell fortschreitende Zersetzung und Zusammensetzung der jedem Theilchen des Polardrahtes eigenen Electricität. Man denke sich die Theile

eines Drahtes, der z. B. mit dem positiven Pole der Säule in Verbindung steht, unter den Buchstaben *a*, *b*, *c*, *d*, und der electrische Strom gehe von *d* nach *a*, so daſs *a* mit der Flüssigkeit in Berührung steht, und ihr zunächst $+E$, dem *b* zunächst $-E$ hat. Auf gleiche Weise muſs dann *b* gegen *a* +, gegen *c* — haben, u. s. f. Das + des *a* wird durch das — der anliegenden Flüssigkeit neutralisirt, das + des *b* durch das — des *a* etc. Nimmt man nun den Draht aus der Flüssigkeit heraus, so hört + des *a* auf, neutralisirt zu werden. Nimmt man nun für die Electricität eine ähnliche Coercitivkraft an, wie man dieses für den Magnetismus thut, so kann sich + des *a* auch nicht mit seinem — vereinigen, weil letzteres durch + des *b* daran gehindert wird. Bringt man zwei solche Drähte, die mit den beiden Polen einer Säule in Verbindung waren, an einen Multiplicator, und läſst ihre anderen Enden in eine leitende Flüssigkeit reichen; so ist jeder Draht von einer Seite mit einem Metall, von der anderen mit einer Flüssigkeit in Berührung, das electrische Gleichgewicht der einzelnen Theile fängt an der Seite des Drahtes an, sich herzustellen, und begründet dadurch einen electrischen Strom, welcher dem vorigen entgegengesetzt ist. Wäre der Draht von beiden Seiten mit Metall oder einem eben so guten Leiter in Berührung, so wäre kein Grund vorhanden, warum die Herstellung des Gleichgewichtes an einem Ende eher beginnen soll, als am anderen, und daher kommt es, daſs die leitende Flüssigkeit, immer ein unvollkommener Leiter der Electricität, zur Wahrnehmung des electrischen Stromes nothwendig ist. Es beruht also alles auf dem Daseyn einer Coercitivkraft, von der *La Rive* meint, daſs sie mit der Leitungsfähigkeit der Körper im verkehrten Verhältnisse stehe. Das Daseyn einer solchen Kraft macht *La Rive* dadurch wahrscheinlich, daſs er zeigt, ein

Draht mit der hier besprochenen Eigenschaft könne in zwei Stücke zerschnitten werden, wie ein Magnet, um auch an den früher vereinigten Stellen einen entgegengesetzten Strom zu beurkunden, wie dieses mit Stücken eines Magnetes geschieht.

Gewiſs verdient diese Eigenschaft eines Polardrahtes die gröſste Aufmerksamkeit, und wird sich wohl an die schon lange bekannte Thatsache, worauf die Ladung einer secundären Säule beruht, anreihen lassen; es unterscheidet sich aber ein solcher Polardraht von einer secundären Säule dadurch, daſs in jenem keine electrische Spannung bemerkt wird, welche in dieser Statt findet; ein Umstand, der obiger Theorie von *La Rive* nicht günstig ist. Es scheint vielmehr hier wieder eine Reflexion der Electricität, wie sie *La Rive* selbst und *Marianini* nachgewiesen haben wollen, Statt zu finden.

X.

Theorie der Wasserwage,

von

N i x o n.

(*Phil. mag. a. Ann. of phil.* April und Mai 1827.)

Der Verfasser der Theorie, welche der Titel dieses Aufsatzes verspricht, beginnt seine ungemein gründliche und gewiſs für Jedermann interessante Arbeit mit mehreren Erklärungen, z. B. einer horizontalen, einer verticalen Linie etc., die hier wegbleiben, weil man sie für überflüssig hält.

* * *

Man denke sich zwei Glasscheiben, die durch einen Ring zu einem cylindrischen Gefäſse *W* (Fig. 12) verei-

niget sind, in verticaler Lage, und dieses Gefäſs bis auf einen kleinen Theil mit einer tropfbaren Flüssigkeit gefüllt, über dessen Oberfläche Ll sich Luft befindet, die den Rest des inneren Raumes einnimmt, so wird Ll in einer horizontalen Ebene liegen. Eine verticale Ebene, die durch die Mittelpuncte C der beiden Glasscheiben geht, theilt die Linie Ll in zwei gleiche Theile. Der oberste Punct des Umfanges beider Scheiben (das Zenith) ϱ ist daher zugleich derjenige, der den Bogen über der Oberfläche der Flüssigkeit in zwei gleiche Theile theilt.

Man stelle sich vor, das Gefäſs drehe sich um irgend einen Winkel um die durch den Mittelpunct C der Scheiben gehende horizontale Achse, so bewegt sich auch der Punct ϱ mit fort, und beschreibt denselben Winkel, den das Gefäſs macht. Kommt dieser Punct nach ϱ', so ist dieser Winkel gleich $\varrho C \varrho'$, und eine verticale, durch das neue Zenith gehende Linie theilt, wie vorhin, den Bogen über Ll in zwei gleiche Theile.

Ist der Ring, welcher die zwei Glasscheiben zu einem Gefäſse vereiniget, vollkommen kreisrund, so wird der Bogen $\varrho \varrho'$, in Grade getheilt, den vorigen Winkel angeben; hat dieser Ring aber eine andere Krümmung, so ändert sich die Länge der Linie Ll von einem Puncte zum andern, und nicht immer theilt die durch C gehende Verticale die Ll in zwei gleiche Theile. Darum müſste man die Puncte ϱ und ϱ' dadurch suchen, daſs man durch C gerade Linien zieht, welche auf Ll senkrecht stehen, und man müſste aus dem Mittelpuncte C einen Kreis an der verticalen Fläche einer Scheibe beschreiben, ihn in Grade eintheilen, um mittelst desselben den Drehungswinkel messen zu können.

Verticale Linien, welche durch zwei einander nahe Puncte gezogen sind, können als parallel angenommen werden. Man kann obiges Gefäſs 40 Fuſs weit in hori-

zontaler Richtung fortbewegen, und darf nicht befürchten, dafs man in der Bezeichnung der zwei Zenithpuncte defshalb einen Fehler von $^1/_2$ Secunde begeht. Dehnt sich die Flüssigkeit bei zunehmender Temperatur mehr aus, als das Gefäfs, so erhöht sich die Oberfläche der Flüssigkeit, bekommt eine kleinere Area, und die Linie *Ll* wird kürzer. Eine Verminderung der Temperatur hingegen vergröfsert die Oberfläche der Flüssigkeit und die Länge der Linie *Ll*. In beiden Fällen bleibt der Zenithpunct unverändert der Halbirungspunct des Bogens, der ober der Flüssigkeit sich befindet, seine Gröfse mag wie immer beschaffen seyn.

Hat das Gefäfs nicht an allen Stellen dieselbe Temperatur, welches leicht durch Anrühren mit der Hand oder durch das Anathmen geschehen kann, so geht die kreisrunde Gestalt desselben verloren, und es ändert sich die Gröfse und wahrscheinlich auch die Gestalt der Oberfläche der Flüssigkeit. In diesem Falle läfst sich der Scheitelpunct nur durch die gerade vom Mittelpuncte *C* auf die Oberfläche *Ll* senkrecht gezogene Linie finden. Meistens bewegt sich die Oberfläche der Flüssigkeit gegen den Punct des Ringes hin, welcher durch Temperaturerhöhung ausgedehnt worden ist.

Bei einer Wasserwage ist die innere Wand des cylindrischen Gefäfses nach der Richtung der Achse vollkommen kreisförmig gebogen; es wird an einem Ende hermetisch geschlossen, beinahe ganz mit Weingeist oder Äther gefüllt, und dann auch am anderen Ende luftdicht zugemacht. Es ist klar, dafs ein Stück des vorhin betrachteten Gefäfses, das senkrecht auf die Seiten der zwei Scheiben abgeschnitten, mit der entsprechenden Flüssigkeit gefüllt, und dann geschlossen worden ist, die Dienste einer solchen Wasserwage verrichten kann. In diesem Instrumente heifst die auf dem Äther etc.

ruhende atmosphärische Luft, oder vielmehr die Berührungsfläche beider, die Luftblase, oder schlechthin die Blase, und ist im vorigen Gefäſse durch die horizontale Oberfläche der Flüssigkeit, in der die Linie $L\,l$ gezogen ist, vertreten.

Da man aus dem vorhin Gesagten weiſs, daſs sich die Länge oder Gestalt der Blase $L\,l$ nicht ändert, so lange die Temperatur constant bleibt, so kann man, statt die Zenithpuncte v und v' zu suchen, die beiden Extremitäten der Blase L und l vor und nach einer Drehung des Gefäſses anmerken. Die Zenithdistanz von v', $v\,v'$, die der Veränderung in der Neigung gleich ist, läſst sich daher auf einmal dadurch bestimmen, daſs man an der eingetheilten Rinne den Winkelabstand der zwei Marken beobachtet. Nimmt man sich in Acht, daſs man während der Operation keine Änderung in der Temperatur hervorbringt, so wird man nur die beiden Enden der Blase L und l beobachten dürfen, und die halbe Summe der Grade etc. an dem Ringe, welche jeder Marke entspricht, wird die Zenithdistanz v' angeben. Sind die Grade der Scale von der Art, daſs man sie ohne Nonius ablesen darf, so ist es genug, wenn man die Grade etc. angibt, die sich über den Extremitäten der Blase befinden.

Um auf ähnliche Art die obersten Puncte der Oberfläche einer Wasserwage zu bestimmen, muſs man zuerst den Weg kennen lernen, den die Blase macht, wenn man das Instrument um einen gewissen Winkel, z. B. eine Minute oder eine Secunde neigt. Dieses läſst sich auf verschiedene Arten bewerkstelligen *), z. B. indem man

---

*) Die Franzosen verificiren die groſse Libelle an ihrem Repetitionskreise, indem sie an dessen getheiltem verticalen Kreise zu wiederholten Malen den Winkelmesser zwischen zwei wohl begrenzten, in derselben Vertical-

die Libelle an eine lange, gerade Stange befestiget, deren Länge man kennt, ein Ende derselben um einen gewissen Winkel hebt, und den Weg in Zollen etc. anmerkt, welchen dabei die Blase zurücklegt. Man theilt dann die Röhre oder die Elfenbein-Scale, die seitswärts an ihr angebracht ist, in gleiche Theile *), so daſs jeder Grad der Scale der Neigung um eine Secunde etc. entspricht. Diese Grade werden so numerirt, daſs man, ohne Fehler zu veranlassen, das Mittel der Blase trifft, wie auch ihre Länge beschaffen seyn mag, und daher kleine Differenzen verticaler Winkel zu erkennen im Stande ist.

Den Krümmungshalbmesser einer Wasserwage findet man, indem man den Weg der Blase bei einer Neigung um eine Secunde mit 206265 multiplicirt. Verticale Winkel lassen sich mittelst derselben mit eben der Schärfe messen, wie mit einem Bleiloth, dessen Länge dem Krümmungshalbmesser der Libelle gleich ist. (Ist die cylindrische Röhre der Libelle gar nicht gekrümmt, und an beiden Enden mit Platten geschlossen, die auf ihrer Achse senkrecht stehen, so reicht die Blase, wenn es erlaubt ist, hier noch diesen Ausdruck zu brauchen, von einem Ende der Röhre zum anderen, und kleine Neigungswinkel lassen sich an ihr mit Hülfe einer eingetheilten verticalen Linie oder einer Scale, die mit der Achse der Röhre parallel ist, nicht schärfer messen, als mit einem Loth von der Länge der Röhre.)

Das kreisrunde Gefäſs *W* ist in der Figur auf einer dreieckigen Basis ruhend vorgestellt. Denkt man sich,

---

ebene liegenden Objecten messen, und das Resultat mit der Angabe der Theilung an der Libelle vergleichen.

*) Macht die Blase bei gleichen Veränderungen der Neigung nicht gleiche Wege in der Röhre, so ist dieselbe nicht gehörig kreisrund.

dafs durch Temperaturerhöhung T steigt, ohne dafs dadurch sich U ändert, so wird der Neigungswinkel der schiefen Ebene gröfser, und Ce rückt aus der verticalen Lage heraus; allein wenn sich die Basis der schiefen Ebene in demselben Verhältnisse verlängert, in welchem die Höhe wächst, so bleibt der Neigungswinkel unverändert. Daher kann die äufsere Fläche der Röhre, statt mit der inneren cylindrischen parallel zu seyn, gegen sie convergiren, ohne bei einer gleichförmigen Änderung der Temperatur den Ort der Blase zu verrücken. Selbst wenn die Höhlung der Röhre conisch zuläuft, so afficirt eine Temperaturänderung die Neigung der Libelle nicht. Stellt z.B. die Röhre im Innern einen abgestumpften Kegel vor, dessen obere Fläche horizontal ist, während die untere eine Neigung gegen den Horizont hat, so bleiben bei einer gleichförmigen Änderung der Temperatur alle Winkel constant, und daher die obere Fläche immer noch parallel *).

Ist die Temperatur der Libelle nicht gleichförmig, so ändert die Blase (wie beim kreisrunden Gefäfse) ihren Ort, und bewegt sich gegen das wärmere Ende hin; ihre Krümmung und die Theilung der Scale erleiden eine Änderung, und der Scheitelpunct läfst sich nicht wie vorhin aus der Lage der Endpuncte der Blase bestimmen.

Die Röhre einer Wasserwage ist meistens mit einer dünnen Metallfassung versehen, die sich in der Wärme stärker ausdehnt, als das Glas. Ist der Boden der Fassung mit der Seite des Glases, die ihm zugekehrt ist, nicht vollkommen parallel, so kann es bei einer grofsen

*) Es ist aber dessen ungeachtet gewifs, dafs durch Temperaturänderungen der Zenithpunct der meisten Libellen eine Änderung erleidet, welche die Künstler einer Abweichung von der vollkommen cylindrischen Gestalt zuschreiben.

Änderung der Temperatur geschehen, dafs sich die Berührungspuncte zwischen der Fassung und der Röhre ändern, und eine kleine Variation in ihrer Neigung gegen den Horizont hervorbringen. Die Verschiedenheit in der Ausdehnung kann auch den Krümmungshalbmesser oder die kreisförmige Gestalt der Röhre ändern.

In obigem Gefäfse *W*, wo der getheilte Ring auf seiner horizontalen Achse senkrecht steht, mufs jeder Endpunct der Blase (oder die Linie *Ll*) bei einer Drehung des Gefäfses einen Kreisbogen beschreiben, welcher in einer verticalen Ebene liegt; und wenn eine hohle Glaskugel, die mit irgend einer tropfbaren Flüssigkeit fast ganz voll gefüllt ist, eine ganze Umdrehung um eine horizontale Achse macht, so beschreibt der Mittelpunct der Oberfläche der Flüssigkeit einen gröfsten Kreis, der in einer auf der Achse senkrechten Ebene liegt, an dem man Zenithdistanzen etc. wie am Gefäfse *W* messen kann. Theilt man den inneren Raum der Kugel mittelst einer auf die Achse senkrechten Ebene in zwei ungleiche Theile, füllt sie mit einer Flüssigkeit, so halbirt eine andere Verticalebene, welche beide Theile in der Richtung der Achse schneidet, die Blase in beiden. Demnach ergibt sich immer aus Messungen an einem gröfsten Kreise derselbe Unterschied der Neigung.

Gesetzt, ein getheilter Glasring, der mit irgend einer tropfbaren Flüssigkeit beinahe voll ist, umschliefse eine Kugel genau in der Richtung irgend eines ihrer gröfsten Kreise, nur den ausgenommen, welcher auf der Achse senkrecht steht. Fällt der Durchschnittspunct dieser zwei Kreise mit dem Scheitelpunct der Kugel zusammen, so coincidiren auch der Mittelpunct der Blase des Ringes und der Kugel, und es liegen beide in derselben Verticalen. Dreht man jetzt den Ring um irgend einen Winkel, so kommt zwar die Blase desselben wieder in

seinem höchsten Theile in Ruhe, mithin in dem, welcher dem Scheitel der Kugel am nächsten liegt, allein ihre Entfernung vom vorigen Orte im Bogen ist kleiner, als der Winkel verlangt, um den man die Kugel gedreht hat. Diese Abweichung wächst mit der Neigung des Ringes zum Kreise, welchen die Blase der Kugel beschreibt. Beträgt diese 90°, so kann man die Kugel um 90° drehen, ohne daſs sich die Blase des Ringes von ihrem Platze bewegt.

Wären Flüssigkeiten nur allein der Schwere unterworfen, so könnte die hier aus einander gesetzte Theorie der Wasserwage als vollständig gelten; allein die gegenseitige Anziehung des Glases und der Flüssigkeit etc. bringt mannigfaltige Änderungen in der Gestalt der Blase etc. hervor.

Um über die Änderung, welche die Anziehung der Glasröhre und der darin enthaltenen Flüssigkeit in der Gestalt der Blase einer Wasserwage hervorbringt, Aufklärung zu erhalten, wurden folgende Versuche mit einer geraden Glasröhre von 0,5 Z. innerem Durchmesser angestellt. Es wurden beide Enden derselben mit passenden Stöpseln verschlossen, und an ihr eine unregelmäſsige Öffnung *a* (Fig. 13) angebracht, welche 0,2 Z. lang und 0,3 Z. tief, und von beiden Enden der Röhre gleich weit entfernt war. Diese Röhre wurde in horizontale Richtung gebracht, so daſs die Öffnung gegen oben gekehrt war, und hierauf durch die Öffnung mit Wasser gefüllt, das darin dasselbe Volumen und dieselbe Gestalt hatte, als wäre die Röhre ohne Öffnung und ganz luftdicht verschlossen. Nun wurden die Stöpsel gradweise herausgezogen, und dadurch der innere Raum vergröſsert; da trat die atmosphärische Luft hinein, und machte, daſs das Wasser, welches sich unmittelbar unter der Öffnung befand, eine concave Ober-

fläche annahm, wie sie die Figur im Durchschnitte darstellt. Als aber der innere Raum noch fortwährend vergrösert wurde, so verlängerte sich die Luftblase gegen die Stöpsel, ohne sich zu vertiefen; ihre Enden standen von *a* gleich weit ab, und hatten genau dieselbe Krümmung, wie in der Blase einer mit Weingeist gefüllten Libelle. Wurden die Stöpsel zurückgeschoben, so ging die Blase durch dieselben Grade der Änderung ihrer Gestalt zurück, und wurde zuletzt aus der Röhre vertrieben.

Hierauf wurde die Röhre wohl getrocknet, und der Versuch mit Quecksilber wiederholt, so daſs dieses nicht nur die Röhre anfüllte, sondern aus der Öffnung bei *a* hervorragte. Als der innere Raum vergröſsert wurde, verlieſs das Quecksilber zuerst die Ecken der Öffnung, hielt aber den Eintritt der Luft immer noch ab, bis es eine neue Vergröſserung des inneren Raumes zwang, eine beinahe horizontale Oberfläche anzunehmen, die aber doch in der Nähe der Stöpsel etwas convex war.

Der Verfasser führt zur Erklärung dieser Phänomene eine Reihe von Erscheinungen an, welche von der Capillarität abhängen, und hier als bekannt übergangen werden. Diesem gemäſs glaubt er die Concavität der Wasseroberfläche in dem vorhin besprochenen Versuche von einer Verminderung des specifischen Gewichtes des Wassers an den Stellen, wo es das Glas berührt, herleiten zu müssen. Eben daraus will er es begreiflich machen, warum eine Luftblase selbst in einer geraden Röhre, die hinreichend viel Äther oder Weingeist enthält, sich nicht über die ganze Länge der Röhre erstreckt. Nach diesem fährt er in seinen Erläuterungen, die Theorie der Wasserwage betreffend, so fort: Wenn sich eine verticale Kreisebene um eine horizontale Achse dreht, so bewegt sich mit ihr eine gerade Linie, wie z. B. ein Radius, um denselben Winkel, den die Ebene zurück-

gelegt hat. Dasselbe erfolgt mit jeder anderen, nicht durch den Mittelpunct gehenden Linie, die mit der vorigen parallel bleibt. Beschreibt man daher mit demselben Radius zwei verticale Kreise, deren einer mit der Drehungsachse concentrisch, der andere aber excentrisch ist, und merkt ihren Scheitelpunct an, bevor sie sich gedreht haben, und nachdem dieses geschehen ist, so werden die Scheitellinien in beiden denselben Winkel einschliefsen. Befestiget man daher an der verticalen Seite der kreisförmigen Rinne Fig. 12 die Röhre einer Wasserwage, so bewegt sich die Blase darin gerade so, wie die Rinne, selbst wenn ihr Halbmesser viel vom Krümmungshalbmesser der Röhre verschieden ist. Daraus kann man einsehen, dafs die Blase einer Libelle, deren Krümmungshalbmesser einige hundert Fufs beträgt, und die an der verticalen Seite eines Kreises von wenigen Zollen Durchmesser (wie bei astronomischen Instrumenten) befestiget ist, beim Drehen des Kreises dieselbe Bewegung macht, als wenn ihr Centrum mit der Achse zusammenfiele.

Bei Libellen, mit denen man die horizontale Lage von geraden Linien, Ebenen etc. bestimmen will, ist die mit einer Scale versehene Röhre mit der convexen Seite nach aufwärts gekehrt an einem parallelopipedischen Körper von Metall, Holz etc. so befestiget, dafs die Ebene der Krümmung der Röhre auf der unteren Fläche dieses Körpers senkrecht steht.

Dreht sich ein verticales Kreissegment um eine verticale Linie, so bleibt sein Scheitel dabei an demselben Platze, und die horizontale Sehne des Segmentes beschreibt eine Horizontalebene. Da nun der Mittelpunct der Blase einer Libelle stets dem Scheitelpuncte des Kreissegmentes entspricht, welches die Röhre vorstellt, und die Durchschnittslinie der Basis der Libelle mit ei-

ner verticalen Ebene obige Sehne vorstellt, so kann man versichert seyn, daſs eine Ebene, in welcher sich die Libelle bewegen kann, ohne daſs sich die Blase verrückt, horizontal sey.

Man sagt, eine Libelle sey adjustirt, wenn die beiden Endpuncte der Blase vom Mittelpuncte der Scale gleich weit abstehen. In diesem Falle ist nämlich der Mittelpunct der Blase zugleich der Halbirungspunct des Bogens, zu dem die untere Fläche der Libelle als Chorde gehört.

Stehen die Seitenwände der Libelle auf ihrer Basis senkrecht, und man bringt rechtwinklig zur ersteren eine kurze Libelle an, und bezeichnet die Endpuncte der Blase, wenn die Basis horizontal steht; so wird man in Zukunft immer sicher seyn, daſs die Seitenfläche vertical steht, wenn die Blase der Querlibelle zwischen ihren Zeichen steht. Bringt man also eine Seitenfläche der Libelle mit einer verticalen Ebene in Berührung, und stellt ihre Basis in die Richtung einer in dieser Ebene verzeichneten Linie, so wird man sagen können, letztere sey horizontal, wenn die Blase der Libelle auch noch dann auf denselben Punct einspielt, nachdem man sie umgekehrt hat.

Bewegt sich ein Kreissegment um eine gegen den Horizont geneigte Linie, so beschreibt dabei seine Sehne eine geneigte Ebene. Eine horizontale, in dieser Ebene liegende Linie, welche zugleich durch die gehörige verlängerte Achse geht, steht auf derjenigen senkrecht, die in derselben Ebene liegt, und am meisten von der horizontalen Lage abweicht. Steht demnach obiges Kreissegment vertical, und man merkt die Lage seines Scheitels an, so wird dieser nach einer Viertelumdrehung am meisten von jener ersteren Lage abweichen, und nach einer neuerdings vollbrachten halben Umdrehung eine

eben so grofse entgegengesetzte Abweichung erlangen. Die halbe Summe beider an einem getheilten Kreise gemessen, gibt die Neigung der Ebene gegen die zu erzeugende horizontale Sehne. Stellt man daher eine adjustirte Libelle auf die geneigte Ebene, aber in die Richtung der darauf gezogenen horizontalen Linie, so wird sich die Blase, wenn die Libelle in eine auf diese senkrechte Lage kommt, einen Weg gemacht haben, welcher der Neigung der Ebene entspricht. Dreht man die Libelle noch weiter, so wird nach einer halben Umdrehung die Blase wieder um eben so viel von Null abweichen, aber nach entgegengesetzter Richtung, so dafs der ganze von der Blase zurückgelegte Weg der doppelten Neigung der Ebene entspricht. Will man daher mit einer Libelle die Neigung einer Ebene bestimmen, so stellt man sie darauf, und dreht sie so lange, bis sich die Blase am meisten einem Ende genähert hat, notirt den Stand derselben, dreht sie weiter fort, bis die Abweichung der Blase wieder das Maximum, aber nach entgegengesetzter Richtung erlangt, und notirt neuerdings den Stand der Blase. Die halbe Summe beider Wege gibt die Neigung der Ebene.

Die Bestimmung der Neigung einer Linie, die in einer verticalen Ebene liegt, geschieht auf dieselbe Weise. Es seyen AB (Fig. 14) und CD zwei solche gerade Linien, die gegen den Horizont HH gleich geneigt sind. Man stelle die Libelle auf AB, notire den Stand der Blase, kehre sie um, und stelle sie auf DC, so wird die Blase ruhig stehen bleiben, wenn sie in der vorigen Lage ist. Denkt man sich DC nach DB in die Verlängerung von AD versetzt, so mufs die Blase sich um eine dem Winkel $CDB = CDH + HDB$ entsprechende Gröfse bewegen, und auf halbem Wege auf Null einspielen. Daher ist die Basis einer Libelle horizontal, wenn der

Mittelpunct der Blase auf der Stelle ruht, welche den Abstand der zwei Puncte halbirt, denen derselbe Mittelpunct entspricht, wenn man die Libelle nach einer und dann nach der entgegengesetzten Richtung auf eine geneigte Ebene stellt. Fällt der erstere Punct mit dem Null der Scale zusammen, so ist die Libelle gut adjustirt; ist dieses nicht der Fall, so muſs man dieses mittelst der Correctionsschrauben zu bewerkstelligen suchen. Ist der Adjustirungsfehler gering, so soll man ihn lieber vor dem Gebrauche bestimmt anmerken, als durch die Schrauben ihn verbessern. Temperaturänderungen ändern nicht bloſs die Basis der Libelle (bei einigen meiner Libellen machen 2° F. schon eine Änderung im Scheitelpuncte von 1''), sondern haben auch auf die Schrauben und andere Theile der Fassung Einfluſs. Bestimmt man mit einer Libelle die Neigung mehrerer Linien und Ebenen, so muſs stets die halbe Differenz der von der Blase zurückgelegten Wege gleich Null seyn, wenn die Libelle als vollkommen angesehen werden soll.

XI.

Litterarische Berichte.

1. Bau fester und flüssiger Körper, von *Emmett.*

Emmett nimmt an, daſs die Theile eines festen Körpers an bestimmten Puncten sich berühren; die Änderung ihrer gegenseitigen Lage bringt die des Volumens des Körpers hervor. Diese Änderung findet aber nur innerhalb gewisser Grenzen Statt. Wäre es möglich, einem solchen Körper alle Wärme zu entreissen, so brächte man dadurch die Theile in die möglichst innige

Berührung, d. i. in die Lage, wo die Mittelpuncte je dreier einander zunächst liegender Theile die Ecken eines gleichseitigen Dreieckes einnehmen. Mit der Ausdehnung durch die Wärme ändert sich der Winkel der Linien, welche diese Theile mit einander verbinden; bei der gröſstmöglichsten Ausdehnung, wo der Körper schmilzt, ist dieser Winkel ein rechter. Es ist demnach leicht, die gröſste Ausdehnung, der ein einfacher fester Körper, wenn es einen solchen gibt, fähig ist, zu bestimmen. Man denke sich aus kugelförmigen Theilchen ein Rhomboëder gebildet, die Theile mögen in geradlinigen Reihen liegen, und jede Kugel einer Reihe berühre zwei der nächsten Reihe, nenne den Rhombus, der eine Fläche begrenzt, A, einen der spitzigen Winkel a, und R den Halbmesser, so ist die Solidität des Körpers $\frac{A^3 \sin.^2 a}{R^2}$. Sind in jeder Reihe n Kügelchen, so ist der Durchmesser jedes einzelnen $\frac{A}{n}$, der Radius $\frac{A}{2n}$, und ihr Volumen $\frac{A^3 \pi}{6 n^3}$. Da zugleich n^3 die Solidität des ganzen Körpers ausdrückt, so ist $\frac{A^3 \pi}{6}$ der von dem Kügelchen eingenommene Raum, und daher die Summe aller Zwischenräume $\frac{A^3 \sin.^2 a}{R^2} - \frac{A^3 \pi}{6}$; welche Gröſse bekannt ist, wenn man den Werth von a kennt.

Wird a in dem Augenblicke, bevor das Schmelzen beginnt, ein rechter Winkel, so ist das Volumen des Körpers A^3; geht aber A in $A + h$ über, so beträgt dieses Volumen $\frac{(A + h)^3 \sin.^2 60}{R^2} = \frac{A + h}{R^2} \cdot \frac{3}{4}$. Findet also während des Schmelzens keine Contraction oder Dilatation Statt, so hat man:

$$\frac{3}{4}\left(\frac{A + h}{R^2}\right)^3 = A^3, \quad \text{mithin} \quad h = A\left(\sqrt[3]{\tfrac{4}{3}} - 1\right).$$

Ist h gröſser, so findet während des Schmelzens eine Expansion, ist es kleiner, eine Contraction Statt. Die gröſste Ausdehnung vom eigentlichen Nullpuncte der Wärme bis zum Schmelzpuncte beträgt demnach

$$A^3 \left(1 - \frac{3}{4}\right) = \frac{A^3}{4}.$$

Fährt man mit der Erhitzung eines Körpers fort, und wächst a, bis die Cohärenz überwältiget ist; so beginnt die Trennung der Theile, und sie ordnen sich in regelmäſsige Hexagone; aber die Attraction behält noch immer über die Repulsion der Wärme die Oberhand, bis die Entfernung der Theile eine gewisse Gröſse erlangt hat; da beginnt dann die Repulsion, und der Körper wird gasförmig. (*The phil. mag. and annals of philos. June*, 1827.)

2. Einfluſs der Liquefaction auf das Volumen und die Ausdehnbarkeit einiger Körper, von *Ermann*.

Ermann hat den Gang der Ausdehnung zweier Körper, nämlich des Phosphors und des *Rosse*'schen Metallgemisches, in ihrem festen Zustande mit dem in ihrem flüssigen verglichen, und dabei ungemein interessante Resultate gefunden. Er untersuchte auf hydrostatischem Wege das specifische Gewicht dieser Körper bei verschiedenen Temperaturen, und schloſs daraus auf ihre Ausdehnung. Diese Versuche, mit groſser Genauigkeit ausgeführt, wie es sich von einem Physiker des Ranges, den *Ermann* einnimmt, erwarten läſst, gaben folgende Resultate:

1. Für das Metallgemische. Wenn man es von 0° ausgehend erwärmt, so scheinen die Volumenveränderungen bis ungefähr 35° R. nahe den Temperaturen proportional zu seyn; hierauf erreicht die Ausdehnung ein

Maximum, über welches hinaus eine Zusammenziehung eintritt, die anfangs sehr schnell fortschreitet, aber nach und nach abnimmt, bis bei 55° R. ein Minimum Statt findet. Von da an dehnt es sich sehr langsam aus, bis zum 75sten Grade, wo es schmilzt. Zwischen 75° und 80° ist die Ausdehnung sehr stark, über 80° hinaus wird der Gang der Ausdehnung wieder dem der Wärme proportionirt, und zwar ist die Ausdehnung gerade so, als hätte diese Regelmäſsigkeit immer zwischen 35°—80° Statt gefunden, und als wenn obiges Maximum und Minimum gar nicht vorhanden gewesen wäre.

2. Für den Phosphor. Die Volumenveränderungen des festen Phosphors sind, mit Ausnahme einiger kleinen Unregelmäſsigkeiten, den Temperaturen proportional. Beim Schmelzen tritt eine plötzliche Ausdehnung ein, die Volumenvergröſserung ist bedeutender als im festen Zustande, aber immer noch der Temperatur proportional. (*Poggendorff's* Annalen, 1827. S. 4.)

3. Wirkung des Druckes auf flüssige Körper.

a. *Perkins* Versuche.

Perkins hat einen Apparat construirt, mit dem er einen gröſseren Druck auf Flüssigkeiten ausüben konnte, als dieses bisher möglich war. Bei einer Einrichtung dieses Instrumentes konnte er mit einem Druck von 1000 Atmosphären oder 140000 Pf. auf einen Quadratzoll arbeiten; die andere, wiewohl minder genaue, erlaubte gar einen Druck von 2000 At. zu Stande zu bringen. Mit dem ersteren untersuchte er die Compressibilität des Wassers. Die Resultate gibt er in einer eigenen Tabelle an, wovon hier ein Auszug folgt, der von 50 zu 50 Atmosphären den Mittelwerth der Compression angibt. In *Perkins* Tabelle sind die Resultate von 10 zu 10 Atm. angegeben, und zwar für jeden Druck in fünf verschiede-

nen Angaben, aus denen die Mittelwerthe berechnet wurden. Die erste Spalte enthält den Druck, die zweite die Gröfse der Verkürzung einer 190 Z. langen Wassersäule durch denselben.

Atmosph.	Druck.	Atmosph.	Druck.
50	0.817	550	5.486
100	1.422	600	5.907
150	1.911	650	6.256
200	2.432	700	6.719
250	2.884	750	7.038
300	3.331	800	7.211
350	3.774	850	7.851
400	4.193	900	8.243
450	4.610	950	8.595
500	5.087	1000	9.402

Bei einem Druck von 2000 Atm. fand *Perkins* eine 8 Z. lange Wassersäule um 3/4 Z. verkürzt.

Andere merkwürdige Resultate erhielt er mit Essigsäure, die er einem Druck von 1100 Atm. aussetzte. Er fand sie nämlich schön krystallisirt, und die übrige Flüssigkeit, die etwa 1/10 der ganzen Masse betrug, nur schwach sauer.

Bei Versuchen mit atm. Luft fand er, dafs dieselbe schon bei einem Druck von 500 Atm. zu verschwinden anfing; bei 1200 Atmosphären fand er statt der Luft eine schöne durchsichtige Flüssigkeit, die etwa den 1/2000 Theil der Luftsäule ausmachte, an der Oberfläche des zum Absperren gebrauchten Quecksilbers. *Perkins* konnte allerdings während des Druckes nicht in den Apparat hineinsehen, weil dieser aus Metall bestand; aber es ist wohl denkbar, dafs eine tropfbare Masse, welche durch

starken Druck aus einem Gas entstanden ist, nach Aufhebung des Druckes nicht wieder gasförmig wird, weil sie bei der Compression die dazu nöthige Wärme verlieren mufste, und durch die starke Annäherung der Theile die Cohärenz ungemein stark geworden seyn mufste, gerade so, wie Wasserdämpfe, die sich durch Compression aus der Luft abgesetzt haben, und als Tropfen erscheinen, nicht wieder alsogleich ausdehnsam werden, sobald der Druck nachgelassen hat. Kohlenwasserstoff fand *Perkins* schon bei 40 Atm. im Übergange in den tropfbaren Zustand begriffen, bei 1200 Atm. war es gänzlich tropfbar geworden. (*Phil. Transact. f.* 1826, p. III. p. 541, übersetzt in *Schweigger's* Journ. 1827, H. 2, und *Poggendorff's* Annalen, 1827, St. 4.)

b. *Oersted's* Versuche.

Oersted's Apparat gestattet nur einen Druck von 70 Atm., scheint aber genaue Resultate zu liefern. Er fand bei den bis jetzt bekannt gemachten Versuchen folgende Resultate:

1. Bis zu einem Druck von 70 Atm. ist die Compressibilität des Wassers den drückenden Kräften proportional, die absolute Zusammendrückung ist aber kleiner, als sie *Perkins* angibt, nämlich $^{45}/_{1000000}$ des Volumens.
2. Es scheint dabei keine Wärme entwickelt zu werden.
3. Die Zusammendrückbarkeit des Quecksilbers beträgt nur $^{1}/_{1000000}$ bei einem Druck von einer Atmosphäre.
4. Schwefeläther läfst sich durch denselben Druck drei Mal stärker als Alkohol, zwei Mal stärker als Schwefelkohlenstoff, und $1^{1}/_{3}$ Mal stärker als Wasser zusammendrücken.

5. Wasser, welches Salze, Alkalien oder Säuren enthält, läſst sich weniger comprimiren, als das reine.
6. Glas läſst sich viel weniger als Quecksilber zusammendrücken. (*Poggendorff's* Annalen, 1827. St. 4.)

4. Elasticität des Eises, von *Bevan.*

Der strenge Winter des Jahres 1826 veranlaſste *Bevan*, seine schon früher angestellten Versuche über die Elasticität des Eises zu wiederholen. Er lieſs zu diesem Zwecke ein prismatisches Eisstück aussägen, welches 100 Z. lang, 100 Z. breit, und im Mittel 3.97 Z. dick war, und an einem Ende noch mit der übrigen Masse einer Eisdecke zusammenhing. In der Entfernung = 98 Z. von dieser Stelle wurde ein Gewicht von 25 Pf. aufgelegt, und die dadurch entstandene Senkung des Endes gemessen. Sie betrug 0.206 Z. Daraus ergibt sich als Modulus der Elasticität des Eises 2.100000 Fuſs. Mehrere andere Versuche, bei deren einigen das Eis an seinem Entstehungsorte untersucht wurde, wie im erwähnten Falle, bei anderen aber losgelöset und abgetrocknet, gaben ein gleiches Resultat. Berechnet man nach der von *Canton* gefundenen Compressibilität des Wassers den Modulus der Elasticität desselben, so findet man 2.178000, mithin eine Zahl, die dem Modulus der Elasticität des Eises nahe kommt. (*Phil. Transact. f.* 1826. p. III. S. 304.)

5. Magnetismus.

a. *Lebaillif's* Magnetnadel, und Versuche mit derselben.

Diese wegen ihrer ungemeinen Empfindlichkeit berühmte Magnetnadel gehört unter die Classe der astatischen. Sie besteht aus zwei magnetisirten Nähnadeln, welche an die zwei Enden eines Strohhalmes so angebracht sind, daſs sie dem Erdmagnetismus nicht gehorchen können. Der Strohhalm ist in der Mitte mittelst

eines ungedrehten Seidenfadens aufgehängt, und das ganze stellt gleichsam eine magnetische Torsionswage vor. Nach *Bequerels* Erfahrungen hängt ihre Empfindlichkeit von der Länge des Hebelarmes, und von der mehr oder minder vollkommenen Neutralisirung der magnetischen Einwirkung der Erde ab. Derselbe Gelehrte hat mit dieser Nadel einige merkwürdige Eigenschaften des Wismuthes und Spiefsglanzes bemerkt. Er fand nämlich, dafs ein Stück von einem dieser Metalle beide magnetische Pole abstofset. (*Journal of Science*, N. XIII. p. 185.)

b. Wirkung eines Überzuges und der Sonnenwärme auf Magnetnadeln, von *Watt*.

Watt hing eine 3 Z. lange Magnetnadel an einem feinen Haare auf, nachdem er sie früher mit gelbem Wachs überzogen hatte, und bemerkte, dafs durch diesen Überzug ihre Richtkraft bedeutend modificirt werde, ja ganz aufgehoben werden könne. Er machte den Überzug stufenweise immer dicker, und liefs ihn beide Pole der Magnetnadel decken, da bemerkte er, dafs die Magnetnadel mehr nach West abwich; war der Überzug $1\frac{1}{2}$ Z. dick, so zeigte die Nadel mehrere Stunden nach NW., kehrte sich dann nach NNW., und beharrte in dieser Richtung. Ein anderer Magnetstab von 2 Z. Länge und $\frac{1}{8}$ Z. Dicke wurde in einen Wachscylinder von 1 F. Länge und $2\frac{1}{2}$ Z. Durchmesser eingeschlossen. Wendete er den Südpol des Magnetes gegen Nord, so drehte sich der Cylinder mit Leichtigkeit um, blieb aber in einer gröfseren westlichen Abweichung in Ruhe, als eine unbedeckte Magnetnadel. Dabei verlor der Magnet seine Empfindlichkeit gegen andere auf denselben einwirkende Körper keineswegs, ja indem dadurch die Einwirkung des Erdmagnetismus vermindert wurde, erschien jene Empfindlichkeit noch in einem höheren Grade.

Watt setzte Stücke von Zinn, Zink, Kupfer und Siegelwachs durch zwei Stunden den Sonnenstrahlen aus, und fand hierauf, dafs sie die Magnetnadel anziehen, und eine Ablenkung von mehreren Graden an ihr hervorbringen. Wurden sie in Feuer erwärmt, so zeigten sie diese Eigenschaft nicht. Kupfer und Siegelwachs besafsen sie in besonders hohem Grade. Wurde das Sonnenlicht mittelst einer Linse darauf geleitet, so zeigten sie sich besonders wirksam. Es schien, als übten Sonnenstrahlen, die mittelst einer Linse concentrirt, und durch verschiedenfärbige Gläser auf den Wachsüberzug geleitet werden, auf die entgegengesetzten Pole des Magnetes eine verschiedene Wirkung aus. Blaue Strahlen schienen den Südpol anzuziehen, den Nordpol abzustossen; diese sowohl, als die violetten, brachten am Südpole eine Ablenkung von mehreren Graden hervor. Sowohl der unzerlegte als der zerlegte Strahl schien nur eine Ablenkung von 1 M. hervorzubringen, wenn er längs der Nadel hingeleitet wurde. (*Edinb. phil. Journ.* N. 5. p. 170.)

6. Meteorologie.

Höchster und niedrigster Barometerstand zu Malmanger und Ullenswang in Norwegen, von *Herzberg*.

Herzberg hat durch 29 Jahre, nämlich von 1798 bis 1827, Barometerbeobachtungen angestellt, und zwar von 1798 bis 1807 zu Malmanger in einer nördlichen Breite von 60°, und einer Höhe von 66 rheinl. Fufs über der Meeresfläche; von 1807 bis 1827 hingegen zu Ullenswang in der Breite von 60° 19′, und einer Seehöhe von 32 rheinl. Fufs. Folgende Tabelle enthält das Maximum und Minimum des Luftdruckes für jedes Jahr. Der Barometerstand ist auf 0° R. reducirt, und zugleich

die Temperatur nach Réaumur beigesetzt, und der Charakter der Witterung.

Jahr.	Minimum des Barometerstandes in Pariser Mafs.			Thermometerstand.	Witterung.
1798. Nov. 27	26 Z.	8 L.	4 P.	+ 12°.5	Regen und Sturm von SW.
1799. April 11.	27	1	7	10	Regen, ruhig.
1800. Nov. 26.	26	8	—	4	detto. Sturm von SO.
1801. Jän. 5.	26	7	3	5	Regen und Sturm von SW.
1802. Dec. 10.	26	8	—	5	Regen u. starker Wind von SW.
1803. Febr. 15.	26	6	—	— 2	Schnee, Sturm von SO.
1804. März 31.	27	3	—	+ 4	Regen u. starker Wind von O.
1805. Dec. 21.	26	6	—	2	Regen, ruhig.
1806. Dec. 25.	26	3	8	4	Regen, stürmisch.
1807. Nov. 21.	26	10	8	0.4	Schnee und ruhig.
1808. Jän. 28	26	8	4	1.5	Bewölkt, Wind v. S.
1809. Dec. 10.	26	8	9	7	Regen, starker Wind von S.
1810. Febr. 28.	26	7	8	1.5	Ruhig.
1811. Jän. 17.	26	10	—	3.5	Regen, Schnee u. starker Nordwind.
1812. Oct. 20.	26	8	5	7.5	Sturm von O.
1813. Nov. 15.	26	8	9	5.2	detto. von SO.
1814. Dec. 18.	26	7	8	1	Regen, Sturm v. SW.
1815. Nov. 14.	26	7	3	3	Ruhig.
1816. Dec. 29.	26	10	—	2	Regen, Schnee, ruhig.
1817. Febr. 15.	26	9	2	1.5	Schnee, ruhig.
1818. März 8.	26	6	—	3.4	Bewölkt, ruhig.
1819. Jän. 17.	26	10	8	4.2	Regen, Sturm von S.
1820. März 1,	26	11	—	— 1.4	Wenig Schnee, ruhig.
1821. Dec. 23.	26	6	—	3.2	Regen, Sturm v. SO.
1822. Febr. 3.	26	3	8	2	Regen, Schnee v. NW.
1823. März 7.	26	6	5	2	Kühles Lüftchen v. O.
1824. Dec. 25.	26	4	8	4.2	Schnee, Sturm von S.
1825. Nov. 26.	26	3	6	2	Regen, Schnee, Sturm von S.
1826. Febr. 7.	27	2	6	3.5	Regen, viel Wind v. W.
Mittelwerth .	26	8	2	+ 3.4	

Jahr.	Maximum des Barometerstandes in Pariser Maſs.			Thermometerstand.	Witterung.
1798. Dec. 29.	29 Z.	1 L.	— P.	— 8°	Ruhig und heiter.
1799. Jän. 1.	28	9	—	— 3.5	detto.
1800. Dec. 15.	28	6	2	— 0.2	detto.
1801. März 30.	28	7	—	+ 1	Heiter mit Nordwind.
1802. Mai 22.	28	8	2	+ 9	Ruhig und heiter.
1803. März 8.	28	8	1	— 3	detto.
1804. Dec. 18.	28	9	7	— 3	detto.
1805. Nov. 11.	28	8	6	— 3	Bewölkt, ruhig.
1806. Febr. 24.	28	9	8	— 4	Sturm von SW., Regen und Donner.
1807. März 23.	28	11	3	— 0.2	Hell und ruhig.
1808. März 26.	28	10	6	— 1	Hell, Lüftchen von O.
1809. April 24.	28	8	6	+ 5.5	Hell und ruhig.
1810. Jän. 14.	28	8	9	— 8.5	Heiter, Sturm von O.
1811. März 14.	28	8	3	+ 1.5	Ruhig und heiter.
1812. Dec. 6.	28	9	—	— 7	detto.
1813. März 12.	28	9	—	— 4	detto.
1814. März 16.	28	8	—	+ 1.5	detto.
1815. Jän. 19.	28	9	7	— 3	Heiter, windig von NO.
1816. Dec. 20.	28	7	6	— 2.5	Heiter und ruhig.
1817. April 6.	28	9	1	+ 5.5	detto.
1818. Dec. 28.	28	8	—	+ 0.2	Lüftchen von N.
1819. Dec. 7.	29	3	—	— 1.3	Ruhig und heiter.
1820. Jän. 8.	29	1	3	— 10	detto.
1821. Jän. 23.	28	9	7	+ 3.2	detto.
1822. Dec. 12.	28	9	—	+ 3.2	detto.
1823. Jän. 5.	28	9	3	— 2.6	Sturm von NO.
1824. April 5.	28	8	4	+ 4.8	Ruhig und heiter.
1825. März 17.	28	9	5	— 1.6	detto.
1826. März 12.	28	10	—	+ 4.2	detto.
Mittelwerth .	28	9	28	— 0°.72	

(*Journ. of Scien.* N. 13, p. 83.)

Verbesserung.

Seite 145, Zeile 2 v. ob. lies: Linse, statt: Stufe

Auszug aus den beim Leichenbegängnisse des Marquis *de la Place* am 7. März 1827 gehaltenen Reden.

Im Monate März dieses Jahres starben zwei der gröfsten Gelehrten, die je im Reiche der Wissenschaften arbeiteten, Marquis *de la Place* und der Graf *Alex. Volta*, ersterer in Paris, letzterer auf seinem Landhause in Como. Über die Leichenfeier des letzteren ist mir noch nichts näheres bekannt geworden; die des ersteren wurde sehr feierlich begangen, und vier der ausgezeichnetesten französischen Gelehrten hielten Reden, in denen seine Verdienste, die im Allgemeinen wohl ohnehin jedem Gebildeten bekannt seyn müssen, näher aus einander gesetzt wurden. Der Graf *Daru* sprach im Namen der französischen Academie, und schilderte *Laplace* als mathematischen Schriftsteller, *Poisson* pries im Namen des Längen-Büreau seine Verdienste um die Astronomie, *Biot* machte seine physikalischen Arbeiten zum Gegenstand seiner Rede, und *Maurice* betrachtete ihn von Seite des Einflusses, den er auf den Gang der menschlichen Kenntnisse überhaupt nahm. Die *Bibliothéque universelle* (April 1827) enthält die wichtigsten Stellen aus den Reden der drei letzteren, die auch hier in einer Übersetzung Platz finden mögen:

Newton, sagte *Poisson*, umfafste mit einem einzigen Gedanken alle Gesetze, welche die Materie beherrschen, und was nicht weniger Bewunderung verdient, er bezeichnete den gröfsten Theil der Folgerungen, welche die Zeit und fleifsige Beobachtung uns erst näher enthüllen mufs. Allein wie viel fehlte noch zur klaren Darstellung der Phänomene, die nur der Fernblick eines Genies, das sich über menschliche Kräfte zu erheben schien, ahnete, und zur Vergleichung derselben mit der Erfahrung, wie es die Astronomie unserer Zeit leistet. Um dieses Ziel zu erreichen, bedurfte es der Arbeiten eines *Euler*, *Clairaut*, *d'Alembert*, *Lagrange* und *Laplace*. Jetzt ist die *Mécanique céleste* das wahre Buch der Naturphilosophie, ein Werk, das nur von einem Manne verfafst, aber die Frucht des tiefen Nachdenkens mehrerer Generationen ist.

Ich konnte wohl den Namen *Lagrange* nicht aussprechen, ohne dafs ihr, meine Herren! euch erinnertet, wie oft dieser Name mit dem *Laplace's* zugleich genannt wurde, und wie sehr beide in der Meinung der Welt vereint vorkamen, wenn diese die gröfsten Denker bezeichnen wollte. Lange Zeit hindurch sah das gelehrte Europa über denselben Gegenstand eine Denkschrift des einen auf ein Werk des anderen folgen; und das Längen-Büreau, in dessen Namen ich spreche, wird ewig jene merkwürdige Sitzung im treuen Andenken behalten, wo ihm von beiden über denselben Gegenstand, der einer der wichtigsten in der physischen Astronomie ist, ihre Arbeit mitgetheilt wurde. Aber die Fragen, womit sich die hohen Geister beschäftigten, waren von der Art, dafs sie dieselben von ganz verschiedenen Gesichtspuncten betrachten konnten, manchmal selbst ohne den Gegenstand zu erschöpfen. Doch herrschte zwischen diesen zwei Genien ein Unterschied, der Jedem aufgefallen seyn mufs, der ihre Werke studirt hat: Es mochte sich um das Schwanken des Mondes oder um ein Zahlenproblem handeln, so schien *Lagrange* in der Frage, mit der er sich beschäftigte, oft nur den Calcul zu sehen, wozu sie Veranlassung gab; daher es denn auch kommt, dafs er auf die Eleganz der Formeln und auf die Allgemeinheit seiner Methoden einen so hohen Werth setzte; für *Laplace* hingegen war die mathematische Analyse nur ein vielfach anwendbares Instrument, bei dessen Gebrauch er aber immer den besonderen Gegenstand der Untersuchung der allgemeinen Begründung unterordnete.

Vielleicht wird die Nachwelt sagen, einer war ein grofser Geometer, der andere ein grofser Philosoph, der die Natur zu erforschen suchte, indem er die Mathematik auf sie anwandte. Auf diesem Wege hat uns *Laplace* die Haarröhrchen-Theorie gegeben; so hat er die Wahrscheinlichkeitsgrade der mannigfaltigen, auf eine grofse Anzahl von Beobachtungen angewandter Rechnungsarten bestimmt; so hat er die Gesetze der Ebbe und Fluth in Formeln dargestellt, die ungeachtet der vielen willkürlichen Elemente, von denen sie abhängen, mit einer ausnehmenden Genauigkeit die Beobachtungen darstellen, die über hundert Jahre von einander entfernt sind; so hat er die Ursache und Gröfse der seculären Gleichungen

des Mondes und die grofsen periodischen Ungleichheiten des Saturn und Jupiter entdeckt, zwei Probleme, die den Geometern am meisten zu schaffen machten, und die, obwohl sie von der älteren Academie der Wissenschaften mehrmal vorgelegt wurden, allen ihren Bemühungen Trotz boten; so hat er unter den zahlreichen periodischen Ungleichheiten des Mondes diejenigen unterschieden, welche von der Sonnenparallachse abhängen, und die Ungleichheiten kennen gelehrt, an denen die Abplattung der Erde Ursache ist, und dadurch den Astronomen in den Stand gesetzt, die Gestalt unseres Planeten und seine Entfernung von der Sonne bestimmen zu können, ohne aus seinem Observatorium hinausgehen zu dürfen; endlich um die Aufzählung seiner wichtigen Entdeckungen zu beenden, worunter ich auch die begriff, welche seiner Einbildungskraft am meisten zusagten, so war es diese eigenthümliche Richtung seines Geistes, welche ihm die so verwickelten Gesetze der Jupiters-Trabanten entziffern lehrte, eine Aufgabe, deren besondere Schwierigkeiten von einem im Sonnensysteme einzigen Umstande herrühren, welchen die Bewegungen der Jupiters-Trabanten darbieten, und den er mit so viel Scharfsinn erkannte.

Diese Arbeiten haben ohne Unterbrechung mehr als sechzig Jahre seines Lebens ausgefüllt. Man müfste aber doch über ihre Anzahl und Mannigfaltigkeit erstaunen, wenn man nicht wüfste, dafs Fruchtbarkeit vor allem ein wesentliches Attribut des Genies ist. Ich mufs aber auch sagen, dafs die numerischen Rechnungen, die von seiner kostbaren Zeit so viel geraubet hätten, sein Freund *Bouvard* gemacht hat. Seine Formeln sind die Grundlage der astronomischen Tafeln von *Delambre*, der auch sein Freund war, und dessen Name in doppelter Hinsicht an seiner Grabstätte genannt werden mufs. *d'Alembert* leitete die ersten Schritte in seiner litterarischen Laufbahn, welcher in ihm bald den Geometer erkannte, der in Kurzem sein Nebenbuhler seyn wird. Wiewohl er schon im vier und zwanzigsten Jahre in die Academie aufgenommen wurde, so hatte er doch schon eine Hauptentdeckung gemacht, nämlich die der Unveränderlichkeit der mittleren Distanzen der Planeten von der Sonne, und mehrere wichtige Denkschriften verfafst. Das Längen-Büreau hat die Vorlesung sei-

ner letzten Arbeit, so zu sagen, seinen letzten Athemzug gehört; noch kaum vierzehn Tage vor seiner Krankheit hat er uns ein Mémoire über die Oscillationen der Atmosphäre mitgetheilt, das in die *Connoissance des tems* aufgenommen werden wird. Eine neue Ausgabe seines *Système du monde* ist angefangen; er machte Vorbereitungen zu dem ersten Supplement zum fünften Bande der *Mécanique céleste*, dem Werke seiner letzteren Tage; der siebente Band der *Mémoires de l'Académie*, der bald erscheinen wird, enthält noch ein Mémoire von ihm, das werth ist, die lange Reihe seiner Werke zu beschliefsen, womit er unsere Sammlungen bereichert hat, und deren Anfang bis zum Jahre 1772 reicht.

* * *

Laplace, »sagte *Biot*, als er von der Haarröhrchentheorie sprach,« musterte den Himmel *Newton's*, und nachdem er dort an der Seite seines Vorfahrers seinen Namen eingezeichnet hatte, suchte er, im Gedanken, unbekannte Regionen auf, und erkannte, von seinem eben so umfassenden als durchdringenden, eben so geregelten als vasten Genie geleitet, in den kleinsten Massentheilchen der Körper eben so viele neue Welten, die man noch nicht unter die allgemeinen Gesetze der Mechanik bringen konnte; eine Art Weltsysteme, die nicht weniger wunderbar eingerichtet sind, als unser Planetensystem, wo Myriaden Theile auf einmal in nicht wahrnehmbaren Entfernungen wechselseitig auf einander einwirken, und ohne Vergleich schwerer zu berechnen sind, als die regelmässigen und einfachen Bewegungen, die im einsamen Weltraume vor sich gehen. Die Anwendung des Calculs auf diese Art der Erscheinungen wird für die Physik und Chemie stets die Fackel bleiben, welche die tief verborgenen Schätze erleuchtet, und die mit unwiderstehlicher Macht die geheimsten Fäden ans Tageslicht zieht. Dieses Verfahren wird noch viel mehr leisten, weil man durch den Calcul die nothwendigen Verbindungen der Thatsachen entdecken, und aus den einzelnen Kenntnissen dieser Art eine allgemeine, und auf festen Stützen ruhende Wissenschaft bilden kann.

Diese Anwendung der Mechanik auf die Physik der Körperwelt, zu der *Descartes* den Wink gegeben, die *Newton*

weiter versucht hat, wurde begründet, und in ihrem ganzen Umfange, den sie erst mit der Zeit erlangen kann, von einem Manne vorbereitet, der unser Zeitgenosse war.

Endlich sprach *Maurice* über seine gesammten Leistungen im Allgemeinen mit folgenden Worten: Es ist genau ein Jahrhundert verflossen, seit England den grofsen *Newton*, den ersten aller denkenden Köpfe, in die Gruft senkte, und wir thun dasselbe mit dem Manne, den Europa einstimmig seinen Nachfolger nennt.

Was Englands Philosoph so glücklich unternahm, hat *Laplace* auf seiner langen und glänzenden Laufbahn glücklich vollbracht; und doch wufste dieser grofse Mann von dem hohen Gedanken über das Weltsystem, die einen minder grofsen Geist vernichtet haben würden, so zu sagen auf die Erde herabzusteigen, und dem Studium der uns zunächst umgebenden Natur einen neuen Charakter zu ertheilen.

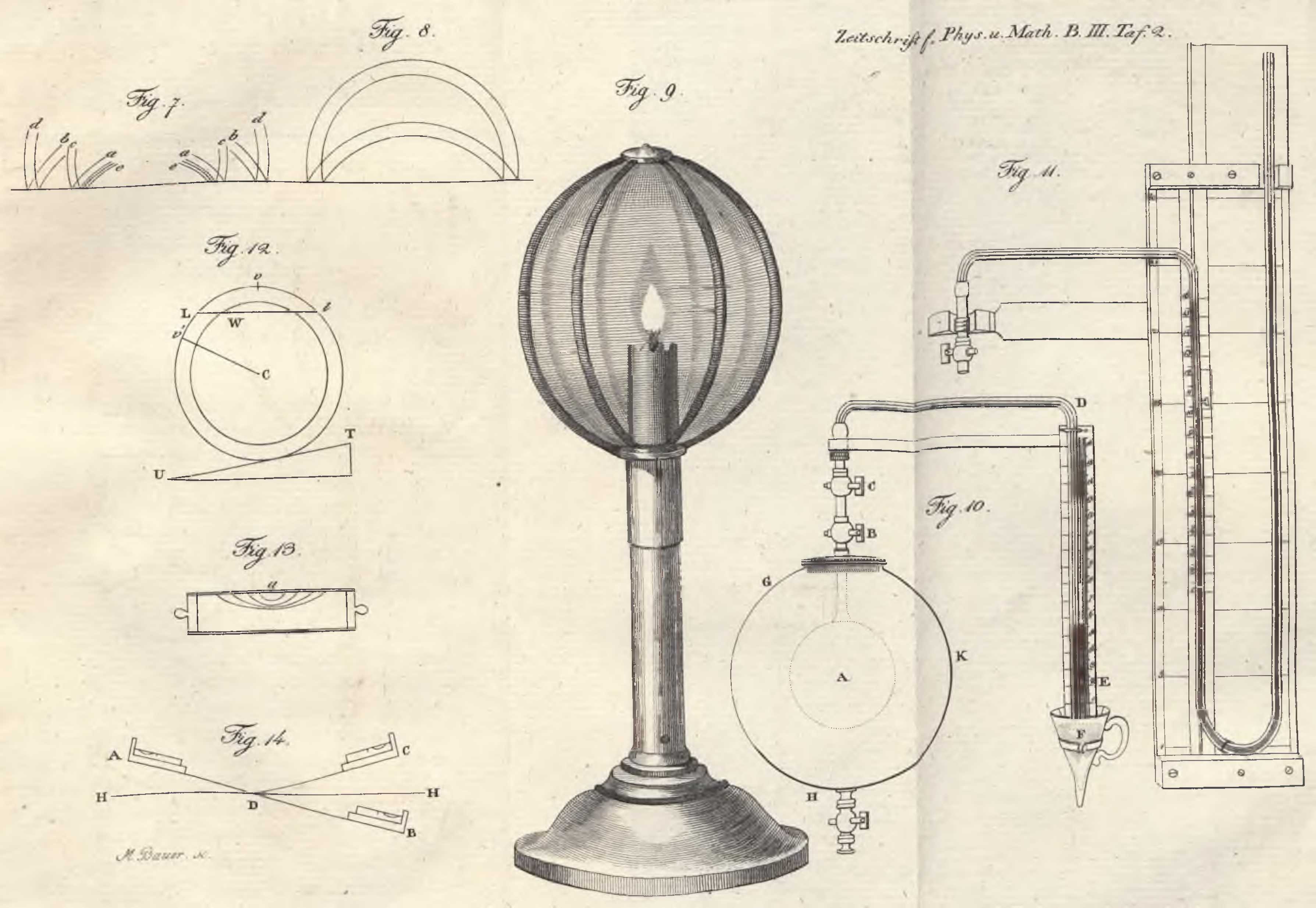
Seinem gewandten Scharfblicke, von den sinnreichsten Rechnungsmethoden begleitet, und seinem beharrlichen tiefen Forschen, das ein charakteristischer Zug seines Talentes war, verdanken wir die ersten Keime der eigentlich mathematischen Physik, deren Vervollkommnung das Werk seiner Nacheiferer und der immerwährende Gegenstand der Bestrebungen des menschlichen Geistes seyn wird.

Die Academie der Wissenschaften hatte seit länger als einem halben Jahrhundert *Laplace* in ihrer Mitte, und man kann nicht läugnen, dafs die vielen und wichtigen Arbeiten dieses grofsen Mathematikers den Glanz dieser Gesellschaft nicht wenig erhöht haben. Während dieses langen Zeitraumes bereicherte er ihre Sammlungen mit den wichtigsten Entdeckungen, die unsere Kenntnisse über die Einrichtung des Weltsystems so sehr erweitert haben, mit mehreren fruchtbaren analytischen Untersuchungen, und mit der Berechnung der Wahrscheinlichkeit, die eines solchen Kopfes bedurfte. Darin legte er die grofsen Resultate seiner unermüdlichen Forschungen nieder, über die Gewifsheit der Stabilität des Sonnensystems, diesem Siegel, womit die ewige Weisheit ihr Werk bezeichnet hat, dem gröfsten, erhabensten aller Resultate, zu dem sich der menschliche Geist erheben konnte, ja das man für völlig unerreichbar halten sollte. Auch der Umstand gibt

ihm ein ehrenvolles Zeugnifs, dafs es nach Verlauf des achtzehnten Seculums kein wichtiges astronomisches Phänomen gab, von dem nicht die mathematische Analyse die Gesetze darstellte.

Allein die Schriften der Academie enthalten nichts über den unermefslichen Einflufs, den er durch funfzig Jahre auf alle Zweige der Naturwissenschaften nahm, und doch soll er nicht unbekannt bleiben. Stets sah man ihn mit glühendem Eifer nach Wahrheit forschen, die thätige und feurige Jugend, die ihn umgab, aneifern, ihr neue Methoden, Instrumente, Untersuchungsmittel und Thatsachen an die Hand geben. In dieser Hinsicht, kann man sagen, dafs er eine Schule gebildet, und seiner würdige Schüler hinterlassen hat. Lange werden jene, die von ihm ihre erste Aneiferung erhielten, und seiner Leitung und seinem dauernden Wohlwollen ihre ersten glücklichen Fortschritte verdanken, diesen Titel sich beilegen. Die Empfindungen, welche er ihnen stets einflöfste, waren auch dem Auslande nicht unbekannt, das ihn bewundernd verehrte. Frankreich kann mit Recht darauf stolz seyn, dafs es den Mann unter die Seinigen zählt, welchen die Gelehrten und Philosophen aller Nationen einstimmig als den ersten Bürger ihrer Republik anerkennen; einer Gesellschaft, die mit der Civilisation zur Welt gekommen, zugleich mit ihren Fortschritten sich erweitert, alle Gesetze ehrt, unter allen Regierungsformen lebt, und deren wohlthätiger Einflufs sich auch auf die Unwissenheit und auf die Rohheit der Sitten erstreckt, indem sie jene erleuchtet, diese mildert, die in der Religion alles, was mit ihrem göttlichen Ursprunge harmonirt, verehrt, und nur die Barbaren hafst, die sie nicht besänftigen, und den Aberglauben, den sie nicht entwaffnen kann, den sie aber *bekämpft*, und ewig *bekämpfen* wird.

So war der Mann beschaffen, dem wir nun ein langes und schmerzliches Lebewohl gesagt haben, und der uns unvergefslich bleiben wird. Ausgezeichnet durch seine grofsen Entdeckungen, die in der Wissenschaft Epoche machen, wird *Laplace* lange bei der Nachwelt die Auszeichnung geniefsen, sein Vaterland mit einem unbestrittenen, vor allem dauerhaften Ruhme bedeckt zu haben.


Fig. 7.
d
b
c
a
e
a
e
c
b
d
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 11.
Fig. 12.
v
L
l
W
v'
C
T
U
Fig. 13.
a
Fig. 14.
A
C
H
D
H
B
D
C
B
Fig. 10.
G
A
K
E
F
H
M. Bauer sc.

